

Alceu André Hübbe Pacheco

Autor de “Juro que é simples!”

HEÚREKA!

DESCOBERTAS E REVELAÇÕES

**Matemática financeira disruptiva
aplicada à perícia sistêmica**

1.^a edição

Florianópolis / Araranguá – SC - Goiânia - GO

“Este livro é destinado a quem quer e precisa aprender, atualizar-se e/ou dominar a Matemática Financeira para mais adiante, muito além e bem acima dos bordões monocórdicos, quase centenários, muitos deles equivocados, talvez enganosos, a maioria superados, sobre juros compostos, Tabela Price e SAC.

Ícones respeitados prestam um desserviço à evolução científica, pois negam ou tentam esconder a existência do mundo dos juros simples.

Mais ainda, quase ninguém aventa a possibilidade de combinação simultânea das duas formas de capitalização de juros.

Tabus e preconceitos são nuvens a serem desvendadas, muros a serem derrubados, para que se faça forte e maior a luz do conhecimento.”

“Urge desestabilizar uma parte do *status quo* que ainda dificulta ou emperra a busca de maior aprofundamento e melhor compreensão dos meandros da Matemática Financeira.

É preciso sensibilizar e desfazer “aquela velha opinião formada sobre tudo”, que resiste ao debate e questionamentos sobre os conteúdos tradicionais, e boicota a difusão das inovações.”

“A constatação de abusividades em contratos e/ou a confirmação das teses jurídicas e/ou o cumprimento de julgados só se perfectibilizam com o cálculo exato, do início ao fim, desde a concepção e equacionamento, silogisticamente, até a mecânica dos procedimentos, mediante obediência fiel às leis imutáveis da Matemática Financeira, sem improvisos desfundamentados.”

“Por acreditar que é necessário ampliar a mente, expandir os horizontes, sair da mesmice, romper com os padrões do comodismo e da estagnação, e compartilhar com quem queira, estou e continuarei ao dispor para ouvir, dizer o que sei e penso, aprender, ser corrigido, interagir, debater, evoluir, aperfeiçoar em conjunto, expandir o conhecimento.”

“O estudo acurado, as análises desenvolvidas, o sólido aprendizado adquirido e a forte convicção estabelecida me permitiram detectar a necessidade e vislumbrar a oportunidade de debater amplamente sobre o tema.”

AGRADECIMENTOS

Minha gratidão a tudo e todos que contribuíram para este momento.

Em especial:

À minha esposa Maristela e aos meus filhos, André Gabriel e Angélica, por tudo que me inspiram e por quem me motivo a mais, melhor e tanto.

Aos eternos mestres José Jorge Meschiatti Nogueira (*in memoriam*) e Edson Rovina (*in memoriam*), pelos edificantes ensinamentos.

Ao Gustavo dos Santos Mottola, pelo apoio constante desde a primeira hora, e, continuamente, saudável instigação e questionamentos desafiadores.

Ao Edilson Gonçalves Aguiar, pelo incentivo encorajador e forte parceria.

Aos(às) amigos(as) e Irmãos, de fé, por serem e representarem o que são, para mim.

Aos(às) colegas de todo o Brasil, muitos(as) dos(as) quais se tornaram grandes amigos(as), pela gentileza e honra que me concedem em ler, estudar, assistir, energizar positivamente, e, contribuindo para meu aperfeiçoamento, dar *feedback* sobre o que crio e desenvolvo.

APRESENTAÇÃO

“O segredo para a mudança é concentrar as energias, não na luta contra o que é velho, mas, sim, na construção daquilo que é novo”.

Sócrates – filósofo grego

Este livro é destinado a quem quer e precisa aprender, atualizar-se e/ou dominar a Matemática Financeira para mais adiante, muito além e bem acima dos bordões monocórdicos, quase centenários, muitos deles equivocados, talvez enganosos, a maioria superados, sobre juros compostos, Tabela Price e SAC.

Ícones respeitados prestam um desserviço à evolução científica, pois negam ou tentam esconder a existência do mundo dos juros simples. Mais ainda, quase ninguém aventa a possibilidade de combinação simultânea das duas formas de capitalização de juros.

Tabus e preconceitos são nuvens a serem desvendadas, muros a serem derrubados, para que se faça forte e maior a luz do conhecimento.

Desde a publicação do meu livro “Juro que é simples!”, apresentei formas inovadoras de equacionamento e desenvolvimento algébrico dos diversos sistemas de amortização.

Além de abordagem disruptiva dos conteúdos clássicos, em obediência à cláusula pétrea da Matemática Financeira, da lei do “valor do dinheiro no tempo”, foi desenvolvida apuração dos saldos devedores, intermediários e final, pelo seu valor efetivo, resultante da diferença entre o capital inicial ‘jurificado’ e a soma das prestações anteriores também ‘jurificadas’. Desta forma, foram concebidos: MQJS – Método de Quitação a Juros Simples ou SIMPLEX; MQJH – Método de Quitação a Juros Híbridos, também denominado PacGon ou MPG - Método Pacheco-Gonzalez ou SIMP COMP (combinação de juros simples e compostos); capitalização diária de juros: aperfeiçoamento das séries não periódicas a juros compostos - SNPJC; desenvolvimento das séries não periódicas a juros simples – SNPJS.

Agora, com este “Heúreka!”, além de aprofundar os estudos anteriores, através de demonstrações complementares alternativas da consistência desses métodos, é feita abordagem do tema sob a ótica da capitalização, primazia dos juros e compensação de recebimentos e pagamentos, dos artigos 354, 368 e 591 do Código Civil e da Medida Provisória 2.170/2001, além de outras normas legais, doutrinas e jurisprudências.

Apresenta-se, também, o Pentateuco VDT, *check list* de cinco fatores de autenticidade e/ou critérios de verificação da integridade de cada método, a revelação do código-fonte dos sistemas de amortização.

E, ainda, mediante análise crítica e alternativas seguras de solução, ratifica-se a consistência de muitos sistemas de amortização, mas, também, apontados *bug* e equívocos em diversos métodos.

Em arremate, são abordados e demonstrados diversos procedimentos que ocorrem na prática diária de contratos e processos: prazo de carência, correção ou atualização monetária, quitação antecipada de empréstimos, coeficiente de equivalência salarial, prestações antecipadas, parcelas “balão” ou de reforço, incidência de juros somente em dias úteis (Tabela Redoma) etc.

PREFÁCIO

A expressão "Heúreka" tem origem na Grécia Antiga e está associada ao famoso matemático e inventor grego Arquimedes. Segundo a lenda, Arquimedes teria proferido a palavra "Heúreka" (que significa "encontrei" ou "achei" em grego) quando fez uma descoberta importante enquanto estava em seu banho.

De acordo com a história, o Rei Hierão II de Siracusa encomendou uma coroa de ouro, mas desconfiava que o ourives havia adulterado o ouro com outro metal mais barato. Arquimedes foi chamado para resolver o problema, e ele pensou em uma solução enquanto estava imerso em seu banho. Ele percebeu que poderia determinar o volume de uma coroa irregular medindo o deslocamento de água quando a coroa fosse submersa em água, aplicando o princípio conhecido como "princípio de Arquimedes". Supostamente, ele ficou tão emocionado com sua descoberta que correu nu pelas ruas de Siracusa, gritando "Heúreka! Heúreka!" para compartilhar sua alegria.

Desde então, a expressão "Heúreka" tem sido usada para denotar uma descoberta significativa ou uma realização repentina e importante. É um termo frequentemente usado em contextos científicos, técnicos ou criativos para expressar a sensação de ter encontrado uma solução ou ter feito uma descoberta significativa após um período de busca ou reflexão intensa.

E é justamente o que se vê nesta obra! Mas que não teve seu início aqui.

O autor, depois de longos anos de profundos estudos e da experimentação prática de suas teorias, por meio de seu ofício, construiu o conhecimento necessário para a elaboração de sua primeira obra, “Juro que é simples!”, que se tornou uma referência no seu segmento.

Assim como Arquimedes, em sua descoberta, Alceu Pacheco também foi tocado pelo entusiasmo que somente o mais puro conhecimento compartilhado é capaz de proporcionar, passando a debater suas teorias com plateias em todo o país, depurando-o, aprofundando-o e criando no autor, certamente, a convicção de que a saga deveria continuar.

As provocações de seus leitores também contribuíram, devo dizer.

A senda pouco desbravada, descortinada pela primeira obra, agora seria revelada àqueles que estão dispostos a se deixar impactar pelo mais puro saber, materializado nas páginas que você, leitor, terá o prazer de percorrer, em um segundo ato, em um segundo livro.

Ao longo da história, sobram exemplos de hostilidade com que foram tratados aqueles pensadores que ousaram, quase que hereticamente, questionar as verdades ditas absolutas de diversas áreas do conhecimento. Na matemática, uma ciência exata, parece ser ainda mais complexa esta tarefa, já que, dizem, ela por si só refuta e confirma as teses e antíteses que estes “desviados do caminho” arrojam-se a apresentar. Entretanto, sabemos que a ciência, em sua concepção, pressupõe justamente o mais profundo questionamento acerca de suas descobertas, de modo que, se aceitarmos a absoluta capacidade de produzir verdadeiras revoluções para o nosso mundo, devemos, igualmente, admitir o seu questionamento.

Espere, leitor(a), encontrar a mais pura visão deste questionamento nas páginas de “Heúreka!”, com toda a sagacidade, profundidade, propriedade e até uma certa ironia acadêmica, estilos próprios de Alceu Pacheco, que conferem ao trabalho ainda mais qualidade, tanto técnica quanto literária.

Eis, então, mais uma obra a trazer luz a um segmento tão dogmático e inexplorado quanto a matemática financeira, para a qual “Heúreka!” traz profundas contribuições.

Assim, "Heúreka!" é um livro revolucionário que desvenda os mistérios da matemática financeira, questiona conceitos tradicionais e visões equivocadas ou ultrapassadas, oferece abordagem inovadora e precisa para o cálculo de juros e quitação de empréstimos, analisa criticamente todos os sistemas de amortização, corrobora os acertos e oferece soluções para as inconsistências constatadas.

Com uma linguagem clara, este livro é uma leitura obrigatória para aqueles que buscam aprimorar seus conhecimentos nesta área.

Prepare-se, portanto, para ter uma verdadeira revelação com "Heúreka!"

Vanderlei Freitas Junior¹

¹ Vanderlei Freitas Junior possui graduação em Ciências da Computação (UNISUL/2002), mestrado em educação (PPGEA/UFRRJ/2010) e doutorado em Engenharia do Conhecimento pela Universidade Federal de Santa Catarina (PPGEGC/UFSC/2016) com período sanduíche na Aston University, em Birmingham, Reino Unido. É também especialista em Gestão Pública em Educação Profissional e Tecnológica (IFSC/2018). É professor e pesquisador do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense - Campus Sombrio. Possui interesse Educação Corporativa, Engenharia e Gestão do Conhecimento, Inteligência Artificial, Fuzzy Logic, Indicadores de Desempenho e Programação de Microcomputadores.

GLOSSÁRIO

VDT = Valor do dinheiro no tempo

PV = valor presente ou C = capital inicial

n = prazo do contrato

i% = taxa de juros

m = número do período em análise

J = Juro

FV = valor futuro do contrato, ao final do prazo ou M = montante ao final do prazo

PA = Progressão aritmética ou linear

PG = Progressão geométrica ou exponencial

S_{PA} = Soma dos termos da progressão aritmética

SPG = Soma dos termos da progressão geométrica

a = termo da progressão

r = razão de crescimento da progressão aritmética (soma)

q = razão de crescimento da progressão geométrica (multiplicação)

JS = Juro simples

JC = Juro composto

PMT = Prestação periódica postecipada

PMTa = Prestação periódica antecipada

SD = Saldo devedor

CJ = Cota de juro contida na prestação

CA = Cota de amortização contida na prestação

pk = Prazo de carência

pb = parcela “balão”

ND = Número de dias

cD = Coeficiente diário

iD% = taxa diária

JCD = Juro composto diário

JSD = Juro simples diário

FCJ = Fator de cota de juros

MQJCD-SNP = Método de Quitação a Juros Compostos Diários, Séries Não Periódicas

MQJSD-SNP = Método de Quitação a Juros Simples Diários, Séries Não Periódicas

FVPN = Fator do valor presente (numerador)

FVPD = Fator do valor presente (denominador)

CVPQ = Coeficiente inverso do valor presente (dividendo, divisor, quociente)

CVPP = Coeficiente inverso do valor presente (multiplicando, multiplicador, produto)

SAC = Sistema de Amortização Constante (Italiano)

SACRE = Sistema de Amortização Crescente

SAM = Sistema de Amortização Misto

SAA = Sistema de Amortização Americano

MQJC = Método de Quitação a Juros Compostos

MQJS = Método de Quitação a Juros Simples

CES = Coeficiente de Equivalência Salarial

MQJH = Método de Quitação a Juros Híbridos ou SIMPCOMP ou PacGon ou MPG - Método Pacheco Gonzalez

MAJS = Método de Amortização a Juros Simples (SAC invertido)

MEJS = Método de Equivalência a Juros Simples ou SAL = Sistema de Amortização Linear ou SPCJS = Sistema de Prestações Constantes a Juros Simples ou MP = Método do Fator

SGA = Sistema de Amortização Alemão

SACOC = Sistema de Amortização da Construção Civil

Sumário

PARTE 1 - Princípios e conceitos. A lei do valor do dinheiro no tempo.....	13
CAPÍTULO 1 – MANIFESTO EM PROL DA MATEMÁTICA FINANCEIRA DISRUPTIVA APLICADA À PERÍCIA SISTÊMICA.	14
CAPÍTULO 2 - O PERFIL E O PAPEL DO PERITO	17
CAPÍTULO 3 - O VALOR DO DINHEIRO NO TEMPO.	19
CAPÍTULO 4 – CAPITALIZAÇÃO DE JUROS: SIMPLES, COMPOSTA E HÍBRIDA.	20
CAPÍTULO 5 - COMPENSAÇÃO E JUROS: OS ARTIGOS 368 e 354 DO CÓDIGO CIVIL. “JURIFICAÇÃO”.	26
CAPÍTULO 6 - PENTATEUCO VDT: “CHECK LIST” DOS 5 FATORES DE AUTENTICIDADE À LUZ DA LEI DO VALOR DO DINHEIRO NO TEMPO.	28
PARTE 2 - Capitalização composta de juros.....	29
CAPÍTULO 7 - MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)	30
CAPÍTULO 8 - PRAZO DE CARÊNCIA, COM E SEM PAGAMENTO DE JUROS, NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)	53
CAPÍTULO 9 - CORREÇÃO OU ATUALIZAÇÃO MONETÁRIA NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)	60
CAPÍTULO 10 - LIQUIDAÇÃO /QUITAÇÃO ANTECIPADA NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)	62
CAPÍTULO 11 - CES – COEFICIENTE DE EQUIVALÊNCIA SALARIAL NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)	64
CAPÍTULO 12 - PRESTAÇÕES ANTECIPADAS – PMTa - NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)	65
CAPÍTULO 13 - CONTRATOS COM CLÁUSULA DE PAGAMENTO DE PARCELA “BALÃO” - JUROS COMPOSTOS	70
CAPÍTULO 14 - SAC - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE OU SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO ITALIANO	75
CAPÍTULO 15 - SAC NOVO, NO SISTEMA FINANCEIRO DE HABITAÇÃO	Erro! Indicador não definido.
CAPÍTULO 16 - SAM – SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO MISTO	83
CAPÍTULO 17 - SAA - SISTEMA AMERICANO DE AMORTIZAÇÃO (BULLET)	89
CAPÍTULO 18 - SACRE - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CRESCENTE	95
CAPÍTULO 19 - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO EM GRADIENTE	102
CAPÍTULO 20 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NA QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS NO MQJC - SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES	108

CAPÍTULO 21 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NA QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC), EM SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES, COM PRAZO DE CARÊNCIA.....	116
CAPÍTULO 22 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NA QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC), EM SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES, COM PAGAMENTOS SOMENTE EM DIAS ÚTEIS (TABELA REDOMA)	120
CAPÍTULO 23 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NO SAC - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE	123
PARTE 3 - Capitalização simples de juros.....	126
CAPÍTULO 24 - MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES (MQJS)	127
CAPÍTULO 25 – ANÁLISE CRÍTICA E COMPROVAÇÃO DA INCONSTÂNCIA PARCIAL DO MÉTODO GAUSS	156
CAPÍTULO 26 – PRAZO DE CARÊNCIA, COM E SEM PAGAMENTO DE JUROS, NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES (MQJS)	163
CAPÍTULO 27 – CORREÇÃO MONETÁRIA NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES (MQJS)	169
CAPÍTULO 28 – CES – COEFICIENTE DE EQUIVALÊNCIA SALARIAL NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES (MQJS).....	171
CAPÍTULO 29 – PRESTAÇÕES ANTECIPADAS – PMTa - NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES (MQJS).....	172
CAPÍTULO 30 – CONTRATOS COM CLÁUSULA DE PAGAMENTO DE PARCELA “BALÃO” OU REFORÇOS SOB JUROS SIMPLES.....	178
CAPÍTULO 31 – SAC JS - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE A JUROS SIMPLES	183
CAPÍTULO 32 - ANÁLISE CRÍTICA DO SACJS. CÁLCULO CORRETO COM O SAC-SIMPLEX.....	184
CAPÍTULO 33 – MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS SIMPLES COM CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA, EM SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES.	190
CAPÍTULO 34 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NA QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES, EM SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES, COM PRAZO DE CARÊNCIA	197
CAPÍTULO 35 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NA QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES, EM SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES, COM USO DA TABELA REDOMA	201
PARTE 4 - Métodos de amortização inconsistentes de acordo com as regras da matemática financeira	205
CAPÍTULO 36 - SACRE ALTERNATIVO	206
CAPÍTULO 37 - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO ALEMÃO - SAG: PAGAMENTOS ANTECIPADOS	208
CAPÍTULO 38 - SACOC - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO DA CONSTRUÇÃO CIVIL	212
CAPÍTULO 39 - MAJS – MÉTODO DE AMORTIZAÇÃO A JUROS SIMPLES, SOB PRESTAÇÕES CRESCENTES MEDIANTE APLICAÇÃO CUMULATIVA DA TAXA DE JUROS.....	216
CAPÍTULO 40 - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO LINEAR – SAL OU MÉTODO DE EQUIVALÊNCIA JUROS SIMPLES – MEJS OU SISTEMA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES A JUROS SIMPLES – SPCJS OU MÉTODO DO FATOR.	220

PARTE 5 - Capitalização híbrida de juros.....	224
CAPÍTULO 41 - MQJH – Método de Quitação a Juros Híbridos ou SIMPCOMP ou PacGon ou MPG - Método Pacheco Gonzalez	225
APÊNDICES	240
APÊNDICE 1 - SOBRE A CAPITALIZAÇÃO DE JUROS EM EMPRÉSTIMOS	241
APÊNDICE 2 - Curriculum vitae de ALCEU ANDRÉ HÜBBE PACHECO	245

PARTE 1 - Princípios e conceitos. A lei do valor do dinheiro no tempo.

CAPÍTULO 1 – MANIFESTO EM PROL DA MATEMÁTICA FINANCEIRA DISRUPTIVA APLICADA À PERÍCIA SISTÊMICA.

Juro é a remuneração do capital emprestado, o valor do aluguel do dinheiro.

No ordenamento jurídico brasileiro, desde os tempos do Brasil Colônia e do Império, *a regra prevalente, mesmo que não escrita, é a da incidência dos juros simples*, tal como, inclusive, contemplou o Recurso Especial 1.388.972, do Superior Tribunal de Justiça.

Apesar disso, a prática majoritária no mercado financeiro, especialmente no setor bancário, é de juros compostos, com base em normas de exceção (leis, decretos, medidas provisórias, súmulas etc.).

A literatura clássica da Matemática Financeira, em sistemas de amortização de empréstimos, foi a mesma por quase um século, com conteúdo predominante de juros compostos.

Quanto aos juros simples, apesar de alguns autores terem desbravado e desenvolvido o território virgem, ainda remanesceram muitas dúvidas, hiatos e equívocos.

Por outro lado, desconhece-se que tenha havido abordagem sobre a aplicação simultânea de juros simples e compostos, embora prevista legalmente a hipótese, **opcional**, no artigo 591 do Código Civil, até 28 de junho de 2024, **possibilidade extinta com a Lei 14.905. Cabe lembrar que a contagem de juros dos juros, ano a ano, conforme artigo 4º do Decreto 22.626/33, é específica para saldos líquidos em contas correntes**.

Além disso, a bibliografia carecia de comprovação de que as metodologias sugeridas estavam de acordo com os princípios sagrados desta ciência, em especial a cláusula pétrea da obediência à **“lei do valor do dinheiro no tempo”** (VDT).

A partir da década de 1990, com larga escala de êxito, houve ajuizamento de uma infinidade de processos judiciais, mediante teses de expurgo de encargos, em especial juros compostos indevidos.

Sem que se se confunda com amortização negativa ou com inadimplência, “juros compostos” ou “juros sobre juros” equivalem ao vocábulo “anatocismo” (*anatocismus*), termo latino de gênese grega, que significa usura, prêmio composto ou capitalizado.

No Brasil, o STJ pacificou esta sinonímia, em seu Vocabulário Jurídico (*Thesaurus*), tendo ainda adotado como equivalente o termo “capitalização”, o que acarretou o entendimento equivocado de que só haveria a forma composta de incorporação de juros ao capital.

Conheci Matemática Comercial em 1968 e a Matemática Financeira em 1971. No modo automático das fórmulas prontas e das calculadoras financeiras, estudei e pratiquei desde 1974.

Mas, desde 1998, foi com a Perícia Financeira que me aprofundei, e gradativamente fui desafiado a entender o âmago e os segredos dessa tão importante ciência, aplicável a um sem-número de atividades de enorme relevância, e envolta em profundos mistérios e intermináveis polêmicas.

Com base em critérios lógicos e consistentes, sem artifícios despropositados e/ou invencionices erráticas, obtive êxito em demonstrar a validade ou a inconsistência, parcial ou total, de diversos sistemas ou métodos de amortização de empréstimos / financiamentos. E desenvolvi inéditas e eficazes soluções para a quitação de empréstimos, segundo o critério VDT.

A partir destas descobertas e revelações, creio firmemente na necessidade de que a bibliografia sobre Matemática Financeira deva ser acrescida destas importantes inovações, muitas delas, pedagógicas correções de erros e equívocos detectados no que havia até então. Em consequência, certamente haverão de ser revistos as grades curriculares e os conteúdos programáticos de instituições com cursos de ensino técnico e superior – especialização, mestrado, MBA, pós-graduação etc. – nas áreas de Ciências Contábeis e Atuariais, Direito, Administração e Economia. Além do que devem ser reformuladas muitas teses jurídicas infundadas. E, ainda, corrigidos e/ou atualizados manuais de contadores em diversos Tribunais de Justiça.

O estudo acurado, as análises desenvolvidas, o sólido aprendizado adquirido e a forte convicção estabelecida me permitiram detectar a necessidade e vislumbrar a oportunidade de debater amplamente sobre o tema.

Houve muitos corações generosos e mentes arejadas, que se abriram, entenderam as novas ideias e acolheram a proposta de interlocução e estudo conjunto, para evolução de todos.

Conheci e aprendi muito com grandes mestres, em especial refletir cientificamente, mesmo que, depois, tenha detectado e comprovado alguns equívocos deles em aspectos fundamentais. Por outro lado, constatei a formação de redutos restritos e fechados de autodenominados e pretensos sábios e oráculos, e seus muitos “segredos” ditos insondáveis, além da nebulosidade ou omissão no ministério dos conteúdos.

Seria salutar o acolhimento a quem quer, precisa e está disponível a estudar, aprender e progredir em busca do novo, do melhor e do consistente. Mas os mestres antigos, nem sempre livres e até então aceitos, estão pouco dispostos à interlocução. Alguns debates e estudos até foram iniciados, mas, diante de fundamentados questionamentos e apresentação de novas e eficazes soluções, os encontros foram interrompidos sem justificativas plausíveis.

Urge desestabilizar uma parte do *status quo* que ainda dificulta ou emperra a busca de maior aprofundamento e melhor compreensão dos meandros da Matemática Financeira. É preciso sensibilizar e desfazer “aquela velha opinião formada sobre tudo”, que resiste ao debate e questionamento sobre os conteúdos tradicionais, e boicota a difusão das inovações.

Entre negativas e incentivos recebidos, atribuí a mim mesmo a missão de contribuir de modo significativo com este campo de estudo.

Este é o meu “*ikigai*” (termo japonês), forte razão para iniciar os dias visando tornar útil a existência, prisma de motivação para seguir em frente, viver melhor e intensamente, em prol do coletivo.

Tanto quanto possível, o meu objetivo único é desenvolver e entregar o mais completo, abrangente e inédito material sobre o tema, sob prisma analítico, e nova ótica com a consistência técnica necessária, tudo alicerçado em norteadores postulados do Direito e indelévels princípios da Matemática Financeira.

Por acreditar que é necessário ampliar a mente, expandir os horizontes, sair da mesmice, romper com os padrões do comodismo e da estagnação, e compartilhar com quem queira, estou e continuarei ao dispor para ouvir, dizer o que sei e penso, aprender, ser corrigido, interagir, debater, evoluir, aperfeiçoar em conjunto, compartilhar e expandir o conhecimento.

Certamente engenhoso, mas de entendimento acessível – fácil, até – o conteúdo que ora se disponibiliza - inovador, diferente, ousado, integrativo - constitui o que denominei de **Matemática Financeira Disruptiva** a ser aplicada na **Perícia Sistêmica**.

É gratificante e realizador, e eu “JURO QUE É SIMPLES! **“HEÚREKA!”**”

HEÚREKA!!! - JURO QUE É SIMPLES! - ALCEU A. H. PACHECO

CAPÍTULO 2 - O PERFIL E O PAPEL DO PERITO

Expert que se preze é estudioso, indignado, pesquisador, insaciável, obstinado, questionador, perfeccionista, intrépido, cético, incrédulo, disciplinado, investigador, dedicado, operoso, trabalhador. Dá asas à imaginação, mas mantém a cabeça no lugar e os pés no chão.

Faz tudo ao mesmo tempo, agora.

Navega em alto mar. Mas tem a bússola sempre à mão, para retornar ao porto seguro.

Não lhe basta o sinal da bandeirinha erguida ou o trilar do apito do juiz. Pede o tira-teima do VAR.

Tal como o bom médico, não se contenta com o diagnóstico com base no estetoscópio. A mera radiografia é pouco. Então, exige e analisa ultrassom, tomografia e ressonância magnética.

Assim como o personagem seu Saraiva, do saudoso Chico Anísio, gosta das coisas nos seus “miiiiínimos” detalhes, em busca das verdades comprovadas.

Perícia exige foco e convicção.

Para o expert, é insuficiente conhecer somente os dados iniciais e o resultado das operações, pois a origem, os fundamentos, o caminho, o passo a passo dos cálculos e os ajustes, são igualmente ou mais importantes para a compreensão e defesa da mecânica dos cálculos.

O perito, judicial ou extrajudicial, deve estar apto a bem elaborar, esclarecer e justificar a consistência de seus cálculos e pareceres técnicos ou laudos, aos magistrados, aos advogados, aos assistentes técnicos das partes contrárias, e/ou aos seus clientes.

A confirmação das teses jurídicas e/ou o cumprimento de julgados e/ou constatação de abusividades em contratos só se perfectibilizam com o cálculo exato, do início ao fim, desde a concepção e equacionamento, silogisticamente, até a mecânica dos procedimentos, mediante obediência fiel às leis imutáveis da Matemática Financeira, sem improvisos desfundamentados.

É preciso “pensar fora da caixa”, além do óbvio. Visualizar o contexto por inteiro. Analisar de forma abrangente e profunda. Desnudar os véus ocultos. Sincronizar, integrar e demonstrar o todo, sem achismos, cientificamente, perfazendo o ciclo completo: *input* (dados), *process* (desenvolvimento), *output* (resultado) e *feedback* (controle e ajuste).

O acerto permite ao credor receber, e ao devedor a certeza de pagar, somente o que é justo.

O erro pode prejudicar ou beneficiar indevidamente a um ou ao outro.

A responsabilidade é enorme!

A meta irrenunciável é o resultado exato. Nem mais nem menos. Nem mais ou menos!

O perito inicia pelo trabalho vigilante de aprendiz. Mas, também, constrói, agrega e evolui de forma solidária, como bom companheiro. E sempre busca atingir a sabedoria obtida na ciência do mestre arquiteto.

Nos últimos 30 anos em especial, houve a necessidade de um olhar diferente para a Matemática Financeira, pois só os números frios não mais proporcionavam a melhor compreensão dos procedimentos de cálculo, e, também, respostas aos questionamentos sobre eventuais práticas contratuais abusivas.

Por décadas, fórmulas prontas foram abastecidas, sempre com resultados no modo automático sem que se soubesse exatamente como eram feitos os cálculos.

Com o advento do ordenamento jurídico protetivo, iniciou-se uma escalada de ações judiciais para estabelecer o equilíbrio entre os contratantes.

A prova pericial financeira se tornou imprescindível, e, com isso, a exigência de laudos e pareceres técnicos muito bem fundamentados e consistentes.

Foi preciso adentrar ao lado oculto das fórmulas, cláusulas contratuais e quadros-resumo, penetrar nas entranhas dos códigos secretos e números cifrados, ir além dos resultados das tabelas de coeficientes e das teclas mágicas das calculadoras financeiras e planilhas eletrônicas.

Mais do que clínica geral, fez-se essencial a especialidade.

Além de recapitular conteúdos clássicos anteriores, há que estudar profunda e analiticamente sobre o tema, muito mais do que já se havia feito desde sempre.

O crescimento e a evolução são resultado de um mix de disciplina e esforço.

Individualmente, é possível crescer muito, mas de forma solidária o resultado é mais efetivo.

Certamente, estamos todos imbuídos deste propósito, trilhando o caminho necessário para bem atuar na PERÍCIA FINANCEIRA.

Tal como em todos os dias, hoje e sempre, mais do que paixão, é preciso dedicar amor a esse ofício desafiador.

Lembrando que paixão pode ser sorte fugaz, mas amor é mérito duradouro.

Enfim, cabe descobrir (“*Heureka!*”), descobrir, desenvolver, corrigir, revelar e executar os procedimentos corretos, em busca da perfeição!

Porque só assim se pode adquirir a excelência necessária para percorrer o círculo virtuoso e cumprir a escalada realizadora do conhecimento, enfim aprender o bastante e o suficiente para que se possa apresentar como PERITO ou EXPERT!

CAPÍTULO 3 - O VALOR DO DINHEIRO NO TEMPO.

O valor do dinheiro no tempo é cláusula pétrea, “*landmark*”, princípio imutável, lei básica da Matemática Financeira.

Em qualquer operação financeira, o credor deve receber e o devedor deve pagar somente os exatos valores e juros ou encargos contratados.

É imperativo que, para serem computados ou comparados entre si, os valores devem ser ajustados para uma mesma data.

Mediante cobrança de juros a uma taxa determinada, a forma básica de se resgatar um empréstimo de capital ou quitar uma compra é através do pagamento de um único “valor futuro” ao final do prazo estabelecido.

Quanto maior a taxa e/ou o prazo, maior o retorno obtido; da mesma forma que os juros compostos no cotejo com os juros simples.

Entretanto, a maior parte dos contratos de operações financeiras é avançada para quitação e forma parcelada.

Assim, ao invés de pagamento único, ao final do período, se for ajustada a recuperação de capital mediante diversos pagamentos, periódicos ou não, iguais entre si ou variáveis, mediante adequado equacionamento, para que seja mantido o equilíbrio e comprovada a consistência do sistema de amortização, é preciso elaborar ou construir um fluxo de caixa equivalente.

Em sistemas de amortização, o valor da prestação é a solução para um empréstimo a ser quitado sob juros simples e/ou compostos, taxa prefixada e prazo determinado, mediante pagamentos periódicos de mesmo valor.

O objetivo é que o cotejo entre débitos e créditos, devidamente ajustados para o momento final do prazo, resulte em saldo zero, único resultado que assegura o equilíbrio do sistema de amortização adotado com o “valor futuro”.

CAPÍTULO 4 – CAPITALIZAÇÃO DE JUROS: SIMPLES, COMPOSTA E HÍBRIDA.

O juro pode ser simples ou composto.

Capitalização é a incorporação de juros ao capital.

Capitalização simples

No Regime de Capitalização Simples os juros somente incidem sobre o mesmo capital (aplicação, empréstimo ou financiamento) da operação, não se registrando juros sobre o saldo dos juros acumulados.

O sistema se baseia nos conceitos dos *CÁLCULOS LINEARES*, equivalente a uma progressão aritmética, ou seja, uma sucessão de números em que cada termo, considerado a partir do segundo, é exatamente igual ao termo anterior somado a um valor constante.

A P.A. é expressa por uma reta, que se forma entre o primeiro e o último ponto. Há, pois, um crescimento linear ao longo do tempo, e os juros simples são periodicamente incorporados ao saldo devedor anterior, até atingir o montante.

Progressão aritmética: $a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_{n-2} : a_{n-1} : a_n$
 $PV = a_1$; $FV = a_n$; $i\% = r$; $n-1$ períodos = n termos

$$a_n = a_1 + r \cdot (n-1) = a_1 \cdot [1 + r \cdot (n-1)]$$

$$FV_{JS} = PV \cdot [1 + (i\% \cdot n)]$$

Prazo (n) = 5; Taxa ($i\%$) = 10%; Capital inicial (C) ou Valor Presente (PV) = 1.000,00

Juros de cada período ($J = C \cdot i\%$ ou $PV \cdot i\%$)

Montante (M) ou Valor Futuro (FV) = $C + J$ ou $PV + J$

Progressão aritmética

$$a_n = a_1 \cdot \{ 1 + [r \cdot (n - 1)] \}$$

$$a_1 = 1.000$$

$$r = 10\%$$

$$n = 6 \text{ termos}$$

$$a_n = 1.000 \times \{ 1 + [10\% \times (6 - 1)] \}$$

$$a_n = 1.000 \times \{1 + [10\% \times 5]\}$$

$$a_n = 1.000 \times \{1 + 50\%\}$$

$$a_n = 1.000 \times 1,50$$

$$a_n = 1.500$$

$$a_1 \cdot [1 + r \cdot (n-1)]$$

$$a_1 = a_1 \cdot [1 + r \cdot (1-1)] = 1.000,00 \times [1 + 0,10 \times (1-1)] = 1.000,00 \times 1,00 = 1.000,00$$

$$a_2 = a_1 \cdot [1 + r \cdot (2-1)] = 1.000,00 \times [1 + 0,10 \times (2-1)] = 1.000,00 \times 1,10 = 1.100,00$$

$$a_3 = a_1 \cdot [1 + r \cdot (3-1)] = 1.000,00 \times [1 + 0,10 \times (3-1)] = 1.000,00 \times 1,20 = 1.200,00$$

$$a_4 = a_1 \cdot [1 + r \cdot (4-1)] = 1.000,00 \times [1 + 0,10 \times (4-1)] = 1.000,00 \times 1,30 = 1.300,00$$

$$a_5 = a_1 \cdot [1 + r \cdot (5-1)] = 1.000,00 \times [1 + 0,10 \times (5-1)] = 1.000,00 \times 1,40 = 1.400,00$$

$$a_6 = a_1 \cdot [1 + r \cdot (6-1)] = 1.000,00 \times [1 + 0,10 \times (6-1)] = 1.000,00 \times 1,50 = 1.500,00$$

A construção algébrica do fluxo de caixa é a seguinte:

$$m=1: 1.000,00 \times 10\% = 100,00; 1.000,00 + 100,00 = 1.100,00$$

$$m=2: 1.000,00 \times 10\% = 100,00; 1.100,00 + 100,00 = 1.200,00$$

$$m=3: 1.000,00 \times 10\% = 100,00; 1.200,00 + 100,00 = 1.300,00$$

$$m=4: 1.000,00 \times 10\% = 100,00; 1.300,00 + 100,00 = 1.400,00$$

$$m=5: 1.000,00 \times 10\% = 100,00; 1.400,00 + 100,00 = 1.500,00$$

CAPITALIZAÇÃO A JUROS SIMPLES (CJS) - SISTEMA LINEAR OU ARITMÉTICO									
Fórmula de cálculo do valor futuro a juros simples: $FV = PV \cdot (1 + i\% \cdot n)$									
PV = 1.000,00		i% = 10,00%		n = 5					
NUM PARC	PV = Valor Presente (FV anterior)	PERÍODO DE INCIDÊNCIA	% TAXA DE JUROS A APLICAR	VALOR DO JURO MENSAL	% SOBRE SALDO ANTERIOR	% SOBRE PV 0	TAXA DE CRESCIMENTO DOS JUROS	TERMO P.A.	FV = Valor Futuro
m	FV _{m-1}		i%	i% . PV	Jm / FV _{m-1}	Jm / PV		a _n	FV _m
0								1	1.000,00
1	1.000,00	1	10,00%	100,00	10,00%	10,00%		2	1.100,00
2	1.100,00	2	10,00%	100,00	9,09%	10,00%	0,00%	3	1.200,00
3	1.200,00	3	10,00%	100,00	8,33%	10,00%	0,00%	4	1.300,00
4	1.300,00	4	10,00%	100,00	7,69%	10,00%	0,00%	5	1.400,00
5	1.400,00	5	10,00%	100,00	7,14%	10,00%	0,00%	6	1.500,00

Embora haja quem afirme que a capitalização simples somente pode ocorrer de forma única, sem fracionamento, ao final do prazo total, não existe qualquer princípio ou lei da Matemática Financeira que abrigue este equívoco conceitual que induz a infundados argumentos.

Capitalização composta

Há capitalização composta de juros quando periodicamente são incorporados ao saldo devedor anterior, desde o início até o momento considerado, e passam, assim, a gerar novos juros, em crescimento de forma exponencial, até atingir o montante (C+J).

Cada montante, por sua vez, será base para o cálculo dos juros (J) do período seguinte, formando assim um novo montante (C+J) e assim por diante

No Regime de Capitalização Composta, tal qual uma progressão geométrica (PG), são utilizados os conceitos fundamentais dos *CÁLCULOS EXPONENCIAIS*.

Progressão geométrica é uma sucessão de números em que cada termo, considerado a partir do segundo, é exatamente igual ao termo anterior multiplicado por um valor constante. É expressa por uma curva ascendente, que se forma entre o primeiro e o último ponto, no mínimo três.

Se forem substituídos os elementos da PG pelas verbas formadoras do montante ou valor futuro:

$$a_1 :: a_2 :: a_3 :: \dots :: a_{n-2} :: a_{n-1} :: a_n$$

$$PV = a_1$$

$$FV = a_n$$

$$1 + i\% = q$$

$$n-1 \text{ períodos} = n \text{ termos}$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$FV_{JC} = PV \cdot (1 + i\%)^n$$

Prazo (n) = 5; Taxa (i%) = 10%; Capital (C) ou Valor Presente (PV) = 1.000,00

Juros de cada período (J = C . i% ou PV . i%)

Montante ou Valor Futuro (M = C + J ou FV = PV + J)

Progressão geométrica

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_1 = 1.000$$

$$q = 1+10\%$$

$$n = 6 \text{ termos}$$

$$a_n = 1.000 \times [1 + 10\%]^{(6-1)}$$

$$a_n = 1.000 \times [1,10]^5$$

$$a_n = 1.000 \times 1,61051$$

$$a_n = 1.610,51$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_1 = a_1 \cdot q^{1-1} = 1.000,00 \times 1,10^0 = 1.000,00 \times 1,00000 = 1.000,00$$

$$a_2 = a_1 \cdot q^{2-1} = 1.000,00 \times 1,10^1 = 1.000,00 \times 1,10000 = 1.100,00$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^{3-1} = 1.000,00 \times 1,10^2 = 1.000,00 \times 1,21000 = 1.210,00$$

$$a_4 = a_1 \cdot q^{4-1} = 1.000,00 \times 1,10^3 = 1.000,00 \times 1,33100 = 1.331,00$$

$$a_5 = a_1 \cdot q^{5-1} = 1.000,00 \times 1,10^4 = 1.000,00 \times 1,46410 = 1.464,10$$

$$a_6 = a_1 \cdot q^{6-1} = 1.000,00 \times 1,10^5 = 1.000,00 \times 1,61051 = 1.610,51$$

A construção algébrica do fluxo de caixa é a seguinte:

$n=1$: $1.000,00 \times 10\% = 100,00$; $1.000,00 + 100,00 = 1.100,00$

$n=2$: $1.100,00 \times 10\% = 110,00$; $1.100,00 + 110,00 = 1.210,00$

$n=3$: $1.210,00 \times 10\% = 121,00$; $1.210,00 + 121,00 = 1.331,00$

$n=4$: $1.331,00 \times 10\% = 133,10$; $1.331,00 + 133,10 = 1.464,10$

$n=5$: $1.464,10 \times 10\% = 146,41$; $1.464,10 + 146,41 = 1.610,51$

CAPITALIZAÇÃO A JUROS COMPOSTOS (CJC) - SISTEMA EXPONENCIAL OU GEOMÉTRICO									
Fórmula de cálculo do valor futuro a juros compostos: $FV = PV \cdot [(1 + i\%)^n]$									
PV = 1.000,00		i% = 10,00%		n = 5					
NUM PARC	PV = Valor Presente (FV anterior)	PERÍODO DE INCI-DÊNCIA	% TAXA DE JUROS A APLICAR	VALOR DO JURO MENSAL	% SOBRE SALDO ANTE-RIOR	% SOBRE PV 0	TAXA DE CRESCI-MENTO DOS JUROS	TERMO P.G.	FV = Valor Futuro
m	FV_{m-1}		i%	$i\% \cdot PV_m$	J_m / FV_{m-1}	J_m / PV		a_n	FV_m
0								1	1.000,00
1	1.000,00	1	10,00%	100,00	10,00%	10,00%		2	1.100,00
2	1.100,00	2	10,00%	110,00	10,00%	11,00%	10,00%	3	1.210,00
3	1.210,00	3	10,00%	121,00	10,00%	12,10%	10,00%	4	1.331,00
4	1.331,00	4	10,00%	133,10	10,00%	13,31%	10,00%	5	1.464,10
5	1.464,10	5	10,00%	146,41	10,00%	14,64%	10,00%	6	1.610,51

DIFERENCIAÇÃO ENTRE CAPITALIZAÇÃO SIMPLES E COMPOSTA

COMPARATIVO DO VALOR FUTURO A JUROS SIMPLES E A JUROS COMPOSTOS

NUM PARC (m)	CAPITALIZAÇÃO POR JUROS COMPOSTOS	CAPITALIZAÇÃO POR JUROS SIMPLES	DIFERENÇA JC x JS	VARIAÇÃO PERCENTUAL JC x JS
0	1.000,00	1.000,00	-	0,00%
1	1.100,00	1.100,00	-	0,00%
2	1.210,00	1.200,00	10,00	0,83%
3	1.331,00	1.300,00	31,00	2,38%
4	1.464,10	1.400,00	64,10	4,58%
5	1.610,51	1.500,00	110,51	7,37%

Os critérios ou regimes de capitalização demonstram como os juros são formados e sucessivamente incorporados ao capital no decorrer do tempo.

“a) No primeiro período de capitalização do prazo total os juros simples e compostos igualam-se (\$ 100,00), sendo também idêntico o saldo devedor de cada regime de capitalização.

Assim, para operações que envolvam um só período de incidência de juros (também denominado de período de capitalização), é indiferente o uso do regime de capitalização simples ou composto, pois ambos produzem os mesmos resultados.

b) A diferença entre os critérios estabelece-se em operações com mais de um período de capitalização.

Enquanto os juros simples crescem linearmente, configurando um PA, os juros compostos evoluem exponencialmente, segundo o comportamento de uma PG.

I – No regime composto há uma capitalização [exponencial] dos juros, também entendida por juros sobre juros; os juros são periodicamente incorporados ao saldo devedor anterior e passam, assim, a gerar juros. Quanto maior for o número de períodos de incidência dos juros, maior será a diferença [da capitalização composta] em relação à capitalização simples.” (Edson Rovina)

É possível, pois, concluir que, embora os mecanismos sejam diferentes, o princípio da capitalização é o mesmo, para juros simples (linear) e compostos (exponencial).

Ou seja, a capitalização é gradativa e ocorre a cada momento do transcurso do prazo, consolidando-se totalmente ao final do prazo.

A formação do fluxo de caixa a juros simples, que evolui linearmente em progressão aritmética, é expressa graficamente por uma reta, ponto a ponto, no mínimo dois.

O fluxo de caixa a juros compostos evolui exponencialmente em progressão geométrica, e é expresso graficamente por uma curva ascendente, também ponto a ponto, no mínimo três.

Pagamentos regulares de 250,00 durante 5 meses:

JUROS SIMPLES							
Num	Num capit	0	1	2	3	4	5
	Valor nominal	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado
0	(1.000,00)	(1.000,00)	(1.100,00)	(1.200,00)	(1.300,00)	(1.400,00)	(1.500,00)
1	250,00		250,00	275,00	300,00	325,00	350,00
2	250,00			250,00	275,00	300,00	325,00
3	250,00				250,00	275,00	300,00
4	250,00					250,00	275,00
5	250,00						250,00
Saldo		(1.000,00)	(850,00)	(675,00)	(475,00)	(250,00)	0,00

JUROS COMPOSTOS							
Num	Num capit	0	1	2	3	4	5
	Valor nominal	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado
0	(1.000,00)	(1.000,00)	(1.100,00)	(1.210,00)	(1.331,00)	(1.464,10)	(1.610,51)
1	250,00		250,00	275,00	302,50	332,75	366,03
2	250,00			250,00	275,00	302,50	332,75
3	250,00				250,00	275,00	302,50
4	250,00					250,00	275,00
5	250,00						250,00
Saldo		(1.000,00)	(850,00)	(685,00)	(503,50)	(303,85)	(84,24)

Pagamentos regulares de 263,80 durante 5 meses:

JUROS SIMPLES							
Num	Num capit	0	1	2	3	4	5
	Valor nominal	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado
0	(1.000,00)	(1.000,00)	(1.100,00)	(1.200,00)	(1.300,00)	(1.400,00)	(1.500,00)
1	263,80		263,80	290,18	316,56	342,94	369,32
2	263,80			263,80	290,18	316,56	342,94
3	263,80				263,80	290,18	316,56
4	263,80					263,80	290,18
5	263,80						263,80
Saldo		(1.000,00)	(836,20)	(646,03)	(429,47)	(186,53)	82,78

JUROS COMPOSTOS							
Num	Num capit	0	1	2	3	4	5
	Valor nominal	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado
0	(1.000,00)	(1.000,00)	(1.100,00)	(1.210,00)	(1.331,00)	(1.464,10)	(1.610,51)
1	263,80		263,80	290,18	319,19	351,11	386,23
2	263,80			263,80	290,18	319,19	351,11
3	263,80				263,80	290,18	319,19
4	263,80					263,80	290,18
5	263,80						263,80
Saldo		(1.000,00)	(836,20)	(656,03)	(457,83)	(239,82)	0,00

Pagamentos irregulares nos 5 meses:

JUROS SIMPLES							
Num	Num capit	0	1	2	3	4	5
	Valor nominal	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado
0	(1.000,00)	(1.000,00)	(1.100,00)	(1.200,00)	(1.300,00)	(1.400,00)	(1.500,00)
1	250,00		250,00	275,00	300,00	325,00	350,00
2	263,80			263,80	290,18	316,56	342,94
3	245,00				245,00	269,50	294,00
4	272,00					272,00	299,20
5	230,00						230,00
Saldo		(1.000,00)	(850,00)	(661,20)	(464,82)	(216,94)	16,14

JUROS COMPOSTOS							
Num	Num capit	0	1	2	3	4	5
	Valor nominal	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado	Valor ajustado
0	(1.000,00)	(1.000,00)	(1.100,00)	(1.210,00)	(1.331,00)	(1.464,10)	(1.610,51)
1	250,00		250,00	275,00	302,50	332,75	366,03
2	263,80			263,80	290,18	319,20	351,12
3	245,00				263,80	290,18	319,20
4	272,00					263,80	275,00
5	230,00						263,80
Saldo		(1.000,00)	(850,00)	(671,20)	(474,52)	(258,17)	(35,37)

OBSERVAÇÃO: Há casos de incidência simultânea de juros simples e juros compostos, caracterizando o que denominei de “capitalização híbrida”, tema a ser abordado oportunamente, no Capítulo 41.

CAPÍTULO 5 - COMPENSAÇÃO E JUROS: OS ARTIGOS 368 e 354 DO CÓDIGO CIVIL. “JURIFICAÇÃO”.

A todo momento, no transcurso do prazo, inclusive para quitação antecipada ou renegociação antecipada, torna-se necessário conhecer o efetivo saldo devedor de uma dívida, que nada mais é do que o reflexo da COMPENSAÇÃO entre entradas e saídas, recebimentos e pagamentos, créditos e débitos.

Saldo devedor é o estado de uma dívida em um determinado instante de tempo, desde o momento inicial, passando pelos intermediários, até chegar ao final.

Assim, em cada instante de um plano de financiamento, o saldo devedor deve ser sempre o resultado da diferença entre o valor emprestado (capital inicial) e as prestações pagas, sendo todas as verbas jurificadas pela taxa predefinida, desde o momento de suas respectivas ocorrências até o momento da apuração do saldo devedor.

O neologismo que criei, “jurificação”, expressa “a incorporação de juros sobre uma determinada verba”, e é importante para que se diferencie do termo “atualização” de correção monetária.

O conteúdo que se segue trata de empréstimos e/ou financiamentos e/ou vendas a prazo, com cobrança de juros, para serem pagos em prestações periódicas, em substituição e para ser equivalente ao sistema de pagamento único ao final do prazo estipulado.

Por isso, é imprescindível que o sistema de amortização a ser adotado seja bem definido quanto aos seus critérios e parâmetros, e que a mecânica dos cálculos proporcione resultados reais e efetivos, quanto às prestações e aos saldos devedores, além das cotas ou parcelas de juros e de amortização contidas em cada prestação.

É necessário que, em cada momento, haja um saldo devedor com valor real e efetivo, a fim de que o empréstimo possa ser quitado, no decorrer ou ao final do prazo, de forma justa tanto ao credor como ao devedor.

Isto se dá mediante cotejo dos valores jurificados do capital inicial e das prestações ocorridas até então, conforme o critério preestabelecido, na forma simples ou composta, a fim de apurar o valor do saldo devedor a cada momento, que deve ser zero no momento final.

Neste passo, é forçoso concluir que as verbas essenciais para que se tenha um plano de financiamento perfeito são a prestação e os saldos devedores efetivos, o inicial igual ao valor presente, os intermediários, e o final igual a zero.

A apuração dos saldos devedores expressa o instituto da compensação, que consta do Código Civil: “Art. 368. Se duas pessoas forem ao mesmo tempo credor e devedor uma da outra, as duas obrigações extinguem-se, até onde se compensarem”.

As verbas restantes, em especial as cotas de juros e de amortização contidas em cada prestação, são decorrência lógica da aplicação do modelo matemático proposto, mas ainda assim de muita relevância.

Conforme consta no Código Civil: *“Art. 354. Havendo capital e juros, o pagamento imputar-se-á primeiro nos juros vencidos, e depois no capital, salvo estipulação em contrário, ou se o credor passar a quitação por conta do capital.”*

O juro vencido é relativo a um período de contagem já concluído.

É da lógica matemática que os juros devidos devem sempre ser pagos antes da amortização do capital.

Em caso da avença determinar quitação do empréstimo em parcela única, ao final do prazo estipulado, o pagamento imputado corresponderá ao total obtido pela incorporação dos juros vencidos acumulados ao capital emprestado, desde o início do prazo.

Mas se a avença ajustada for pela quitação do empréstimo em parcelas periódicas, os juros são fracionados e postergados, em cada um dos momentos ao longo do transcurso do prazo estipulado.

O juro vencido resulta da incidência da taxa de juros predefinida sobre a diferença feita entre os juros incidentes sobre os valores jurificados dos débitos e créditos havidos até o momento anterior ao considerado.

A imputação do pagamento de juros se dá de forma periódica e gradual.

Em um plano de financiamento equilibrado, uma vez apurado o valor da prestação, fixa ou variável, a cada momento, mediante dedução do valor do juro vencido, obtém-se a cota de amortização, a ser deduzida do saldo devedor anterior, resultando em novos e sucessivos saldos devedores – via-de-regra cada vez menores, até a quitação total do empréstimo.

CAPÍTULO 6 - PENTATEUCO VDT: “CHECK LIST” DOS 5 FATORES DE AUTENTICIDADE À LUZ DA LEI DO VALOR DO DINHEIRO NO TEMPO.

O resultado de todo cálculo deve ser exato e consistente, conclusão segura para “zerar” o teste de erro. Ou, ainda, ser aprovado no Teste de São Tomé (“ver para crer”).

Por isso, com fulcro na necessidade de integridade e adequação ao “compliance” da lei maior da Matemática Financeira, do valor do dinheiro no tempo, desenvolvi um check list de cinco fatores de autenticidade, cumulativos e simultâneos, que devem ser atendidos por todo e qualquer sistema de amortização de empréstimos, a fim de que sejam comprovadas sua exatidão e consistência, confiabilidade e segurança.

1. A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial; E

2. E, em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então; E

3. E a cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial (jurificado, na capitalização composta) até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação; E

4. E a soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial; E

5. E, em cada momento, a cota de juros vencidos seja resultado da diferença entre os juros incidentes sobre o valor do capital inicial até o momento anterior (jurificado, na capitalização composta), e os juros incidentes sobre a soma das prestações até o momento anterior (jurificadas, na capitalização composta).

Caso sejam atendidos estes cinco fatores de autenticidade, cumulativa e simultaneamente, “xeque-mate”, resta comprovado que o método ou sistema de amortização em análise atende de pleno à cláusula pétrea da Matemática Financeira, do dever de obediência ao valor do dinheiro no tempo (VDT).

PARTE 2 - Capitalização composta de juros

CAPÍTULO 7 - MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)

Prestações postecipadas: os pagamentos iniciam ao fim de cada período vencido, a partir do primeiro.

Haja vista que a prática predominante no mercado financeiro é da incidência dos juros compostos, é por este sistema que será iniciado este estudo.

Embora ainda haja quem assim não reconheça ou admita, é pacífico, na doutrina, na jurisprudência e na perícia financeira, que a mundialmente conhecida como Sistema Francês de Amortização, no Brasil - Tabela Price, contempla juros compostos em sua concepção matemática.

Este sistema de amortização, também denominado Método Exponencial sob Prestações Constantes - MEPC, consta da totalidade das obras clássicas sobre Matemática Financeira, e está embutido em planilhas eletrônicas, calculadoras e aplicativos financeiros.

A fórmula geral da prestação para este método (pagamento de parcelas periódicas iguais e consecutivas, postecipadas, iguais entre si, de modo a resgatar capital e remunerar a juros compostos), é a seguinte:

$$PMT_{JC} = \frac{PV \cdot i\% \cdot (1 + i\%)^n}{(1 + i\%)^n - 1}$$

em que:

PMT_{JC} = valor da prestação (parcela),

PV = capital tomado emprestado,

$i\%$ = taxa de juros por unidade de tempo em formato % (taxa /100),

n = prazo de utilização em unidade de tempo.

Substituindo os valores na fórmula, cada prestação será de 263,80, confirmando a perfeita identidade entre a sistemática de juros compostos e as progressões geométricas.

$$PMT_{JC} = \frac{1.000,00 \times 10\% \times (1+10\%)^5}{(1+10\%)^5 - 1} = 263,797481$$

=> com arredondamento: $PMT_{JC} = 263,80$

Cada prestação contém uma cota de juros, igual ao produto resultante da multiplicação do saldo devedor anterior pela taxa de juros, e uma cota de amortização, resultante da diferença entre o valor da prestação e da cota de juros respectiva.

O saldo devedor, em cada momento, é igual à diferença entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização respectiva.

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS COMPOSTOS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS COMPOSTOS
m	PMT	$CJ_m = SD_m \cdot 1. i\%$	$CAM = PMT - CJ_m$	$SD_m = PMT - CAM$
0				1.000,00
1	263,80	100,00	163,80	836,20
2	263,80	83,62	180,18	656,03
3	263,80	65,60	198,19	457,83
4	263,80	45,78	218,01	239,82
5	263,80	23,98	239,82	0,00

PENTATEUCO VDT DO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMO A JUROS COMPOSTOS (MQJC):
quíntupla verificação simultânea de autenticidade, à luz da lei do valor do dinheiro no tempo

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: que, sob progressão geométrica, a soma do valor das prestações, cada uma jurificada desde o momento de sua respectiva ocorrência até o instante “n”, seja igual ao valor futuro do capital inicial

Valor futuro a juros compostos: quitação do empréstimo em parcela única, ao final do prazo.

Sendo adotado o exemplo de valor financiado (PV = capital inicial ou valor presente) de R\$1.000,00, para quitação em 5 períodos (n), sob a taxa de juros (i%) de 10%, capitalizada de forma composta a cada período, portanto de forma exponencial (progressões geométricas), ao final do prazo, conforme visto anteriormente, deve ser pago o valor futuro (FV) único de R\$1.610,51.

A fórmula geral do valor futuro é:

$$FV_{JC} = PV \cdot (1 + i\%)^n$$

$$FV_{JC} = 1.000,00 \times (1 + 10\%)^5 = 1.000,00 \times (1,10)^5 = 1.000,00 \times 1,61051$$

$$FV_{JC} = 1.610,51.$$

Desenvolvimento algébrico do cálculo do valor da prestação periódica de valor fixo a juros compostos, que quita o empréstimo, ao final do prazo.

Sem fórmula pronta, há forma alternativa de se apurar a incógnita prestação periódica postecipada, de valor fixo, (PMT_{JC}), uma a cada período de mesma duração, que, a juros compostos, ao final do prazo “n”, produz resultado igual ao valor futuro a partir do capital inicial, mediante fluxo de caixa equivalente, de modo a resgatar o valor financiado gradativamente, capital mais juros.

A fim de que haja o perfeito equacionamento dos cálculos, cada uma das prestações ocupa uma posição relativa dentro do prazo considerado, tendo sempre como referências simultâneas e sincronizadas o instante inicial, zero, em que ocorre o valor presente PV, e o momento final, “n”, em que ocorre o valor futuro FV.

Esta é a visão sistêmica que nunca pode faltar ao expert em Matemática Financeira, sob pena de incorrer no “**erro de paralaxe**”.

**** É um erro que ocorre pela observação errada na escala de graduação causada por um desvio ótico causado pelo ângulo de visão do observador; ou quando a medida do comprimento de um objeto é maior ou menor do que o comprimento real, porque o olho está posicionado em um ângulo com as marcações de medição. Ou seja, de acordo com o ângulo que olhamos, pode-se “interpretar” dados diferentes, que geram conclusões deturpadas. Na fotografia, por exemplo, o erro de paralaxe é comum em câmeras compactas. Como o visor por onde o fotógrafo vê a imagem fica ao lado da lente por onde a imagem será captada, existe um ângulo diferente de visão. Esse erro causa então um desvio de enquadramento para o lado contrário do visor.*

Cada plano de financiamento é um sistema único, com início em “zero” e fim em “n”, PV e i%.

Então, posicionadas em seus respectivos momentos “m”, cada uma de todas as prestações precisa estar referenciada a estes marcos obrigatórios, pontos cardeais, “0” e “n”, em que, respectivamente, ocorrem o valor presente PV e o valor futuro FV.

Em relação ao instante “0” (zero), o fator relativo ao prazo integral “n” é

$$(1 + i\%)^n$$

e de cada momento “m” é

$$(1 + i\%)^m$$

No momento “m” de sua ocorrência, em relação ao instante focal do prazo “n”, para que seja cotejada com o valor futuro, FV_{JC} , cada incógnita prestação PMT_{JC} deve ser jurificada “n-m” vezes, na forma exponencial ou geométrica.

$$(1 + i\%)^{n-m}$$

Assim, no momento $m=1$, em relação ao instante focal do prazo “n” (5), para que seja cotejada com o valor futuro, FV_{JC} , a primeira prestação PMT_{JC1} deve ser jurificada “n-m” vezes, ou seja, ocorrendo no 1º período de um total de 5 períodos, será jurificada “5-1 = 4 vezes”: $(1+i\%)^4$.

A segunda, PMT_{JC2} , “n-2”, “5-2 = 3 vezes”: $(1+i\%)^3$. A terceira, PMT_{JC3} , “n-3”, “5-3 = 2 vezes”: $(1+i\%)^2$. A quarta, PMT_{JC4} , “n - (n-1)” vezes, “n-4”, “5-4 = 1 vez”: $(1+i\%)^1$. E a quinta, PMT_{JC5} , “n-n”, “n-5”, “5-5 = 0 vez”: $(1+i\%)^0$.

O valor da prestação é igual em todos os momentos intermediários:

$$PMT_{JC} = PMT_{JC1} = PMT_{JC2} = PMT_{JC3} = PMT_{JC4} = PMT_{JC5}$$

O valor futuro de cada prestação será:

$$FV_{JCPMTm} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^n}{(1+i\%)^m}$$

$$FV_{JCPMTm} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{n-m}$$

$$FV_{JCPMT1} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^5}{(1+10\%)^1} = PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^{5-1} = PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^4 = PMT_{JC} \cdot 1,4641$$

$$FV_{JCPMT2} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^5}{(1+10\%)^2} = PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^{5-2} = PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^3 = PMT_{JC} \cdot 1,3310$$

$$FV_{JCPMT3} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^5}{(1+10\%)^3} = PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^{5-3} = PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^2 = PMT_{JC} \cdot 1,2100$$

$$FV_{JCPMT4} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^5}{(1+10\%)^4} = PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^{5-4} = PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^1 = PMT_{JC} \cdot 1,1000$$

$$FV_{JCPMT5} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^5}{(1+10\%)^5} = PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^{5-5} = PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^0 = PMT_{JC} \cdot 1,0000$$

O valor futuro em relação ao capital inicial deve ser igual à soma dos valores futuros de cada prestação periódica:

$$FV_{JC} = FV_{JCPMT1} + FV_{JCPMT2} + FV_{JCPMT3} + FV_{JCPMT4} + FV_{JCPMT5}$$

O valor da prestação deve ser igual para todos os períodos:

$$PMT_{JC} = PMT_{JC1} = PMT_{JC2} = PMT_{JC3} = PMT_{JC4} = PMT_{JC5}$$

A soma dos coeficientes de jurificação das prestações

$$1,4641 + 1,3310 + 1,2100 + 1,1000 + 1,0000 = 6,1051$$

multiplicada pela prestação PMT_{JC} ,

deve ser igual ao valor futuro FV_{JC}

$$FV_{JC} = PMT_{JC} \times 6,1051$$

$$FV_{JC} = 1.610,51.$$

O VALOR DA PRESTAÇÃO É IGUAL À DIVISÃO ENTRE O VALOR FUTURO E O SOMATÓRIO DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO.

$$PMT_{JC} = \frac{1.610,51}{6,1051}$$

$$6,1051$$

$$PMT_{JC} = 263,797481 \Rightarrow \text{com arredondamento: } 263,80$$

Em suma:

Numerador do coeficiente de ajuste da prestação a juros compostos para “n”:

$$(1 + i\%)^n$$

Denominador do coeficiente de ajuste da prestação a juros compostos para “n”:

$$(1 + i\%)^m$$

Coeficiente de ajuste da prestação a juros compostos para “n”:

$$\frac{(1 + i\%)^n}{(1 + i\%)^m}$$

Coeficiente simplificado de ajuste da prestação a juros compostos para “n”:

$$(1 + i\%)^{n-m}$$

CÁLCULO DO VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS COMPOSTOS

$$PMT = FV / \text{Soma Coeficientes Jurificação PMT}$$

PV= 1.000,00		i% = 10,00%		Valor futuro FV =	1.610,51
NUM PARC (m)	Períodos vincendos (n-m)	Numerador do coeficiente de jurificação da PMT	Denominador do coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT (simplificado)
				SOMA DOS QUOCIENTES	SOMA DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO DAS PMT
				6,1051	6,1051
				263,80	263,80
					263,80
Valor da PMT a juros compostos = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação das PMT					
0	5				
1	4	1,6105	1,1000	1,4641	1,4641
2	3	1,6105	1,2100	1,3310	1,3310
3	2	1,6105	1,3310	1,2100	1,2100
4	1	1,6105	1,4641	1,1000	1,1000
5	-	1,6105	1,6105	1,0000	1,0000

Então, a regra geral, mantidas as demais condições de taxa de juros, valor do empréstimo e prazo de pagamento da dívida, é que o valor da soma do valor jurificado das prestações, de forma exponencial (geométrica) desde o momento de suas respectivas ocorrências até o término do prazo, deve ser igual ao valor futuro do empréstimo (a ser amortizado), para pagamento único na data focal “n”.

$$FV_{JC} = PMT_{JC1} \cdot 1+i\%^{n-1} + PMT_{JC2} \cdot 1+i\%^{n-2} + PMT_{JC3} \cdot 1+i\%^{n-3} + PMT_{JC4} \cdot 1+i\%^{n-4} + PMT_{JC5} \cdot 1+i\%^{n-5}$$

$$1.610,51 = 263,80 \times 1,10^4 + 263,80 \times 1,10^3 + 263,80 \times 1,10^2 + 263,80 \times 1,10^1 + 263,80 \times 1,10^0$$

$$1.610,51 = 263,80 \times (1,4641+1,331+1,2100+1,1000+1,0000)$$

ou

$$1.610,51 = 386,23 + 351,11 + 319,19 + 290,18 + 263,80$$

$$1.610,51 = 1.610,51$$

**SOMATÓRIO DOS VALORES JURIFICADOS DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE
DESDE CADA DATA DE OCORRÊNCIA ATÉ O MOMENTO FINAL "n"**

NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Valor da PMT a juros compostos	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DAS PMT	SOMA DOS VALORES FUTUROS DAS PRESTAÇÕES
5				
0	5			1.610,51
1	4	263,80	1,4641	386,23
2	3	263,80	1,3310	351,11
3	2	263,80	1,2100	319,19
4	1	263,80	1,1000	290,18
5	-	263,80	1,0000	263,80

A prestação também pode ser calculada de outras maneiras, mediante uso dos conceitos da progressão geométrica, comprovando que, nesta sistemática, há incidência de juros compostos.

Uma das alternativas é multiplicar o capital adicionado do juro sobre juro pelo juro sobre o saldo devedor inicial (o maior valor dos saldos devedores), e dividir pelo valor total obtido por juro sobre juro.

$$\underline{1.610,51} \times 100,00 = 263,80 = PMT_{JC}$$

$$610,51$$

Outra é utilizar o coeficiente de juros compostos obtido para o momento inicial do empréstimo.

$$(1 + 10\%)^5 = 1,61051$$

$$\underline{1,61051} - 1 = 0,61051$$

$$1,61051 \times 10\%$$

ou

$$\underline{(1 + 10\%)^5 - 1} = 0,61051 = 3,79078677$$

$$(1 + 10\%)^5 \times 10\% = 0,161051$$

A prestação resulta da divisão entre o capital emprestado e o coeficiente de juros compostos obtido para o momento inicial do empréstimo.

$$\underline{1.000,00} = 263,80 = PMT_{JC}$$

$$3,7907...$$

O modelo é cientificamente comprovado, na medida em que o resultado do valor futuro (FV_{JC}), pela fórmula $FV_{JC} = PV \cdot [(1 + i\%)^n]$ seja exatamente igual às somas dos valores futuros (FV_{JC}) de cada prestação (PMT_{JC}).

Este é o valor que retorna integralmente o capital e os juros compostos, através do pagamento de prestações periódicas, iguais e consecutivas, que, sendo todas quitadas, acarreta saldo final igual a zero.

É importante observar que a taxa de crescimento exponencial equivale ao fator de capitalização composta, que nada mais é do que a razão da progressão geométrica, ou seja, 1+10% ou 1,10.

A mecânica retro exposta foi a que permitiu sintetizar a fórmula geral para cálculo da prestação a juros compostos, mediante resolução da expressão algébrica de que, no instante “n”, o valor futuro (FV) equivale à soma dos termos do fluxo de caixa obtido com a incógnita prestação.

$$FV_{JC} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{n-1} + PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{n-2} + \dots + PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^1 + PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^0$$

$$FV_{JC} = PMT_{JC} \cdot [(1+i\%)^{n-1} + (1+i\%)^{n-2} + \dots + (1+i\%) + 1]$$

Aplicando-se a fórmula da soma das PGs, progressões geométricas:

$$S_{PG} = a_1 \cdot \frac{q^{n-1}}{q-1}$$

$$a_1 = (1 + i\%)^{n-1}$$

$$S_{PG} = \frac{[(1 + i\%)^n - 1]}{i\%}$$

$$FV_{JC} = \frac{PMT_{JC} \cdot [(1 + i\%)^n - 1]}{i\%}$$

Cabe lembrar que:

$$FV_{JC} = PV \cdot (1+i\%)^n$$

Então, é possível equiparar:

$$PV \times (1 + i\%)^n = \frac{PMT_{JC} \cdot [(1 + i\%)^n - 1]}{i\%}$$

$$PMT_{JC} = \frac{PV \cdot i\% \cdot (1 + i\%)^n}{(1 + i\%)^n - 1}$$

Deste modo, restou certificado que o valor da prestação PMT_{JC} de 263,80 confere validade ao 1º FATOR DE AUTENTICIDADE, de que, *sob progressão geométrica, ou seja, juros compostos, a soma do valor das prestações, cada uma jurificada desde o momento de sua respectiva ocorrência até o instante “n”, é exatamente igual ao valor futuro do capital inicial.*

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: que, sob a sistemática exponencial, o saldo devedor em cada momento seja resultado da compensação entre os valores jurificados do capital inicial e da soma das prestações desde a primeira.

No exemplo retro analisado, com os dados sugeridos, em um empréstimo a juros compostos, a prestação periódica é de 263,80.

Ao final do primeiro período, após ter sido paga a primeira prestação, se surgir a oportunidade de quitação do empréstimo, ao invés de pagar as 4 prestações restantes, qual será o valor da quitação, equivalente ao saldo devedor naquele instante?

Em cada momento, as respostas que se fazem necessárias devem atender às perguntas “quanto era devido?”, “quanto foi pago?”, “quanto restou de saldo a pagar?”.

No momento inicial, sem incidência de juros, o débito é de 1.000,00.

Um período depois, antes do pagamento da primeira prestação, o débito equivale a 1.100,00 ($1.000,00 \times 1 + 10\%$; $1.000,00 \times 1,10^1 = 1.100,00$; juros de 10% ou 100,00). Pagou-se 263,80. Quanto se ficou devendo? 836,20.

Em $n=2$, o valor presente de 1.000,00 equivale a 1.210,00 ($1.000,00 \times 1 + 10\% \times 1 + 10\%$; $1.000,00 \times 1,10^2 = 1.210,00$; juros de 21% ou 210,00;).

PMT_{JC1} passa a ter o valor equivalente de 290,18 ($263,80 \times 1 + 10\%$).

$PMT_{JC2} = 263,80$.

$PMT_{JC1} + PMT_{JC2} = 553,97$.

O saldo devedor após o pagamento de PMT_{JC2} é igual a 656,03 ($1.210,00 - 290,18 - 263,80$).

Em $n=3$, o valor presente de 1.000,00 equivale a 1.331,00 ($1.000,00 \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% = 1.000,00 \times 1,10^3 = 1.331,00$; juros de 33,1% ou 331,00).

PMT_{JC1} passa a ter o valor equivalente de 319,19 ($263,80 \times 1 + 10\% \times 1 + 10\%$).

PMT_{JC2} passa a valer 290,18 ($263,80 \times 1 + 10\%$).

$PMT_{JC3} = 263,80$.

$PMT_{JC1} + PMT_{JC2} + PMT_{JC3} = 873,17$.

O saldo devedor após o pagamento de PMT_{JC3} é igual a 457,83 ($1.331,00 - 319,19 - 290,18 - 263,80$).

Em $n=4$, o valor presente de 1.000,00 equivale a 1.464,10 ($1.000,00 \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% = 1.000,00 \times 1,10^4 = 1.464,10$; juros de 46,41% ou 464,10).

PMT_{JC1} passa a ter o valor equivalente de 351,11 ($263,80 \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% \times 1 + 10\%$).

PMT_{JC2} passa a valer 319,19 ($263,80 \times 1 + 10\% \times 1 + 10\%$).

PMT_{JC3} equivale a 290,18 ($263,80 \times 1 + 10\%$).

$PMT_{JC4} = 263,80$.

$PMT_{JC1} + PMT_{JC2} + PMT_{JC3} + PMT_{JC4} = 1.224,28$.

O saldo devedor após o pagamento de PMT_{JC4} é igual a 239,82 ($1.464,10 - 351,11 - 319,19 - 290,18 - 263,80$).

Em $n=5$, o valor presente de 1.000,00 equivale a 1.610,51 ($1.000,00 \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% = 1.000,00 \times 1,10^5 = 1.610,51$; juros de 61,051% ou 610,51).

PMT_{JC1} passa a ter o valor equivalente de 386,23 ($263,80 \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% \times 1 + 10\%$).

PMT_{JC2} passa a valer 351,11 ($263,80 \times 1 + 10\% \times 1 + 10\% \times 1 + 10\%$).

PMT_{JC3} equivale a 319,19 ($263,80 \times 1+10\% \times 1+10\%$).

PMT_{JC4} atinge o valor de 290,18 ($263,80 \times 1+10\%$).

$PMT_{JC5} = 263,80$.

$PMT_{JC1} + PMT_{JC2} + PMT_{JC3} + PMT_{JC4} + PMT_{JC5} = 1.610,51$.

O saldo devedor após o pagamento de PMT_{JC5} é igual a 0,00 ($1.610,51 - 386,23 - 351,11 - 319,19 - 290,18 - 263,80$).

A sistemática ora empregada é meramente a aplicação do princípio de que, a cada momento, o saldo devedor ou credor é o resultado da diferença entre o valor inicial do empréstimo e a soma dos valores pagos até então, todos jurificados na forma composta.

$$FV_m = PV \cdot (1+i\%)^m$$

$$PMT_m = PMT \cdot (1+i\%)^{m-1}$$

$$\Sigma PMT_m = \Sigma PMT_{m-1} + PMT_m$$

$$SD_{JCm} = FV_m - \Sigma PMT_m$$

NUM PARC	PERÍODOS VINCENDOS	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE	CAPITAL INICIAL JURIFICADO	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS COMPOSTOS	VALOR JURIFICADO DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS JURIFICADAS	DIFERENÇA ENTRE VALORES JURIFICADOS DO CAPITAL INICIAL E A SOMA DAS PRESTAÇÕES ANTERIORES
0	5	1.000,00	1.000,00				
1	4	1.000,00	1.100,00	263,80	263,80	263,80	836,20
2	3	1.000,00	1.210,00	263,80	290,18	553,97	656,03
3	2	1.000,00	1.331,00	263,80	319,19	873,17	457,83
4	1	1.000,00	1.464,10	263,80	351,11	1.224,28	239,82
5	0	1.000,00	1.610,51	263,80	386,23	1.610,51	0,00

Observe-se que os valores dos saldos devedores obtidos pela compensação entre os valores jurificados na forma composta, do capital inicial com as prestações ocorridas até o momento considerado, são exatamente iguais aos obtidos na forma clássica determinada pelo algoritmo da Tabela Price.

Dados iniciais	PV =	1.000,00	i% =	10%	n =	5
----------------	------	----------	------	-----	-----	---

Número da PMT		PMT ₁	PMT ₂	PMT ₃	PMT ₄	PMT ₅
Número do período	0	1	2	3	4	5
Taxa de juros		10%	10%	10%	10%	10%
Juro mensal		100,00	110,00	121,00	133,10	146,41
Evolução PV (PV _j)	1.000,00	1.100,00	1.210,00	1.331,00	1.464,10	1.610,51
PMT periódica		263,80	263,80	263,80	263,80	263,80
Coeficiente de jurificação		1,4641	1,3310	1,2100	1,1000	1,0000
PMT jurificada		386,23	351,11	319,19	290,18	263,80
Σ PMT jurificadas em "n" = 5						1.610,51

Número do período	0	1	2	3	4	5
PMT ₁		263,80	290,18	319,19	351,11	386,23
PMT ₂			263,80	290,18	319,19	351,11
PMT ₃				263,80	290,18	319,19
PMT ₄					263,80	290,18
PMT ₅						263,80
Σ PMT jurificadas		263,80	553,97	873,17	1.224,28	1.610,51

Saldo devedor: PV _j x ΣPMT _j		836,20	656,03	457,83	239,82	-
--	--	--------	--------	--------	--------	---

Cota de juros na PMT		100,00	83,62	65,60	45,78	23,98
Cota de amortização na PMT		163,80	180,18	198,19	218,01	239,82
Saldo devedor	1.000,00	836,20	656,03	457,83	239,82	0,00

Alternativamente, por dedução lógica, há de se considerar que *a diferença entre dois saldos devedores consecutivos equivale ao valor amortizado pela prestação paga no momento considerado.*

$$CA_m = SD_{m-1} - SD_m$$

Por conseguinte, a cota de juros é a diferença entre o valor da prestação (R\$ 263,80) e a cota de amortização.

$$SD_0 - SD_1 = 163,80 = CA_1$$

$$CJ_1 = PMT - CA_1 = 100,00$$

$$SD_1 - SD_2 = 180,18 = CA_2$$

$$CJ_2 = PMT - CA_2 = 83,62$$

$$SD_2 - SD_3 = 198,19 = CA_3$$

$$CJ_3 = PMT - CA_3 = 65,60$$

$$SD_3 - SD_4 = 218,01 = CA_4$$

$$CJ_4 = PMT - CA_4 = 45,78$$

$$SD_4 - SD_5 = 239,82 = CA_5$$

$$CJ_5 = PMT - CA_5 = 23,98$$

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS COMPOSTOS	SALDO DEVEDOR (DIF ENTRE VALORES JURIFICADOS DO PV E DA SOMA DAS PMTs ANTERIORES)	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS
0		1.000,00		
1	263,80	836,20	163,80	100,00
2	263,80	656,03	180,18	83,62
3	263,80	457,83	198,19	65,60
4	263,80	239,82	218,01	45,78
5	263,80	0,00	239,82	23,98

Deste modo, restou certificado que o valor da prestação PMT_{JC} de 263,80 confere validade ao 2º FATOR DE AUTENTICIDADE, de que, *sob a sistemática exponencial, ou seja, mediante juros compostos, o saldo devedor em cada momento é exatamente o resultado da compensação entre os valores jurificados do capital inicial e das prestações somadas desde a primeira.*

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: que a cota de juros contida na primeira prestação é SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial jurificado exponencialmente até o momento anterior ao primeiro pagamento.

$$CJ_1 = (PV - PMT) \times i\%$$

$$CJ_1 = (1.000,00 - 0,00) \times 10\%$$

$$CJ_1 = 100,00$$

No cotejo com a tabela resultante da aplicação do algoritmo da Tabela Price, verifica-se a coincidência entre os valores da cota de juros contida na primeira prestação, restando certificada a validade do 3º FATOR DE AUTENTICIDADE.

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: que, aplicada a taxa de juros, a soma do valor das prestações, cada uma desjurificada na forma composta desde o momento de sua respectiva ocorrência até o instante focal “zero”, seja igual ao capital inicial ou valor presente;

VALOR PRESENTE POR JUROS COMPOSTOS, A PARTIR DA PRESTAÇÃO

A partir da fórmula geral da prestação:

$$PMT_{JC} = \frac{PV \cdot i\% \cdot (1 + i\%)^n}{(1 + i\%)^n - 1}$$

é possível apurar o valor presente:

$$PV = \frac{PMT_{JC} \cdot [(1 + i\%)^n - 1]}{i\% \cdot (1 + i\%)^n}$$

Considere-se que, à taxa de 10% ao período, juros compostos, há 5 prestações consecutivas, postecipadas, cada uma de R\$263,80 a serem pagas. Qual foi o valor financiado, equivalente ao valor presente?

$$PMT_{JC} = 263,80; i\% = 10\%; n = 5; PV = ?$$

$$PV = \frac{263,80 \times \{[1 + 10\%]^5 - 1\}}{10\% \times (1 + 10\%)^5}$$

$$PV = \frac{263,80 \times (1,61051 - 1)}{10\% \times 1,61051} = \frac{263,80 \times 0,61051}{0,161051}$$

$$PV = 1.000,00$$

Mas é preciso entender o que há “por trás” destas fórmulas.

Se, em caminho inverso, for necessário apurar qual foi o valor financiado, equivalente ao valor presente, cada prestação deve ser desjurificada, a juros compostos, pelo número de períodos que a equipare ao valor presente, na data focal “zero”.

Então, para retornar à origem, sem atalho, cada valor de prestação deve percorrer o circuito por completo, ser ajustado até o momento “n” e, só depois, até “zero”.

Cabe lembrar que cada plano de financiamento é um sistema perfeito, com início em “zero” e fim em “n”, e todos os elementos do sistema são relacionados a estes dois pontos cardeais.

Assim, em relação ao instante “n”, o fator relativo a cada momento “m” (de “m” a “n”), numerador do coeficiente de ajuste da prestação a juros compostos para “0”, é

$$(1 + i\%)^{n-m}$$

e o denominador do coeficiente de ajuste da prestação a juros compostos para “0”, o fator relativo ao prazo integral (de “n” a “zero”) é

$$(1 + i\%)^n$$

Portanto, sob juros compostos, no momento de sua ocorrência, “m”, em relação ao instante inicial do prazo, “0”, para que seja cotejada com o valor presente, PV_{JC} , de um total de “n” períodos, cada prestação PMT_{JC} deve ser desjurificada, de forma exponencial ou geométrica, pelo coeficiente multiplicador de ajuste da prestação a juros compostos para “0”:

$$\frac{(1+i\%)^{n-m}}{(1+i\%)^n}$$

ou pelo coeficiente divisor

$$\frac{(1 + i\%)^n}{(1+i\%)^{n-m}}$$

Particular e exclusivamente, no caso de juros compostos, este divisor pode ser substituído pela seguinte expressão ou coeficiente simplificado de ajuste da prestação a juros compostos para “0”:

$$\frac{1}{(1+i\%)^m}$$

Considere-se que, à taxa de 10% ao período, capitalização composta de juros, há 5 prestações consecutivas, postecipadas, cada uma de 263,80 a serem pagas.

O valor da prestação é igual em todos os momentos intermediários:

$$PMT_{JC} = PMT_{JC1} = PMT_{JC2} = PMT_{JC3} = PMT_{JC4} = PMT_{JC5}$$

O valor presente ou atual de cada prestação será:

$$PV_{JCPMTm} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{n-m}}{(1+i\%)^n} = \frac{PMT_{JC}}{(1+i\%)^m}$$

$$PV_{JCPMT1} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^{5-1}}{(1+10\%)^5} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^4}{(1+10\%)^5} = \frac{PMT_{JC} \times 1,4641}{1,6105} = PMT_{JC} \times 0,909091$$

$$PV_{JCPMT2} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^{5-2}}{(1+10\%)^5} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^3}{(1+10\%)^5} = \frac{PMT_{JC} \times 1,3310}{1,6105} = PMT_{JC} \times 0,826446$$

$$PV_{JCPMT3} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^{5-3}}{(1+10\%)^5} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^2}{(1+10\%)^5} = \frac{PMT_{JC} \times 1,2100}{1,6105} = PMT_{JC} \times 0,751315$$

$$PV_{JCPMT4} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^{5-4}}{(1+10\%)^5} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^1}{(1+10\%)^5} = \frac{PMT_{JC} \times 1,1000}{1,6105} = PMT_{JC} \times 0,683013$$

$$PV_{JCPMT5} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^{5-5}}{(1+10\%)^5} = \frac{PMT_{JC} \cdot (1+10\%)^0}{(1+10\%)^5} = \frac{PMT_{JC} \times 1,0000}{1,6105} = PMT_{JC} \times 0,620921$$

A soma dos valores presentes de cada prestação periódica deve ser igual ao capital inicial ou valor presente:

$$PV_{JC} = PV_{JCPMT1} + PV_{JCPMT2} + PV_{JCPMT3} + PV_{JCPMT4} + PV_{JCPMT5}$$

O valor da prestação, $PMT_{JC} = 263,80$, multiplicado pela soma dos coeficientes de jurificação das prestações

$$0,909091 + 0,826446 + 0,751315 + 0,683013 + 0,620921 = 3,790787$$

deve ser igual ao valor presente PV_{JC} .

$$PV_{JC} = 263,80 \times 3,790787$$

$$PV_{JC} = 1.000,00.$$

De forma resumida, uma a uma, a primeira prestação tem juros compostos capitalizados de 1 período; a segunda, de 2; e assim por diante, até a quinta, 5.

$$263,80 = PV_{JC} \times (1 + 10\%)^1 \therefore 263,80 = PV_{JC} \times 1,1000 \therefore PV_1 = 239,82$$

$$263,80 = PV_{JC} \times (1 + 10\%)^2 \therefore 263,80 = PV_{JC} \times 1,2100 \therefore PV_2 = 218,01$$

$$263,80 = PV_{JC} \times (1 + 10\%)^3 \therefore 263,80 = PV_{JC} \times 1,3310 \therefore PV_3 = 198,19$$

$$263,80 = PV_{JC} \times (1 + 10\%)^4 \therefore 263,80 = PV_{JC} \times 1,4641 \therefore PV_4 = 180,18$$

$$263,80 = PV_{JC} \times (1 + 10\%)^5 \therefore 263,80 = PV_{JC} \times 1,6105 \therefore PV_5 = 163,80$$

$$PV_{JC} = PV_{JC1} + PV_{JC2} + PV_{JC3} + PV_{JC4} + PV_{JC5}$$

$$PV_{JC} = 239,82 + 218,01 + 198,19 + 180,18 + 163,80$$

$$PV_{JC} = 1.000,00$$

CÁLCULO DO VALOR PRESENTE DAS PRESTAÇÕES A JUROS COMPOSTOS (pelo prazo até o início)

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coeficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coeficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
			Σ				Σ
m	n-m		6,1051	1,6105	$CVPp = FVPNm / FVPD$	$CVPq = FVPD / FVPNm$	1.000,00
0	5	263,80		Σ	3,790787		1.000,00
1	4	263,80	1,4641	1,6105	0,909091	1,1000	239,82
2	3	263,80	1,3310	1,6105	0,826446	1,2100	218,01
3	2	263,80	1,2100	1,6105	0,751315	1,3310	198,19
4	1	263,80	1,1000	1,6105	0,683013	1,4641	180,18
5	0	263,80	1,0000	1,6105	0,620921	1,6105	163,80

Deste modo, restou certificado que o valor da prestação PMT_{JC} de 263,80 confere validade ao 4º FATOR DE AUTENTICIDADE, de que, aplicada a taxa de juros na forma composta, a soma do valor das prestações, cada uma desjurificada desde o momento de sua respectiva ocorrência até o instante focal “zero”, é exatamente igual ao capital inicial ou valor presente.

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: que, em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor jurificado exponencialmente do capital inicial até o momento anterior e a soma dos juros incidentes sobre as prestações também jurificadas geometricamente até o momento anterior.

Cabe lembrar a cláusula pétrea da Matemática Financeira, de que dois ou mais valores, só e exclusivamente, são iguais entre si, se tiverem o mesmo valor nominal e se referirem à mesma data focal.

Em cada momento, através do encontro de contas, cotejo entre entradas e saídas, débitos e créditos, é possível apurar o valor das cotas de juros compostos e as de amortização contidas em cada prestação, e, por consequência, a partir destas verbas, os saldos devedores intermediários, entre o instante zero e o instante “n”. E assim se constrói o plano para amortização do financiamento.

No exemplo adotado neste estudo, prazo (n) = 5; taxa ($i\%$) = 10%; capital (C) = 1.000,00, prestação (PMT_{JC}) = 263,80, o desenvolvimento do plano de amortização sob o regime de capitalização composta, inclusive com a mecânica de cálculo das cotas de juro e de amortização, ocorre da maneira que segue.

A cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros compostos incidentes sobre o capital inicial ou valor presente jurificado até o momento anterior e a soma dos juros compostos incidentes sobre as prestações jurificadas até o momento anterior.

A cota de amortização resulta da diferença entre o valor da prestação e da cota de juros.

O saldo devedor é apurado mediante subtração da cota de amortização do saldo devedor anterior.

No **momento inicial “0”**, o débito é de 1.000,00, e não há pagamento de prestação, portanto, inexistem cotas de juros vencidos e de amortização.

No momento 1: Cota de juros $CJ_1 = CJ_{PV0} - CJ_{PMT0}$

Capital inicial jurificado até o momento anterior

$$PV_0 = 1.000,00$$

Cota de juros sobre capital inicial jurificado até o momento anterior

$$CJ_{PV0} = PV_0 \cdot i\% = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PV0} = 100,00$$

Prestações jurificadas até o momento anterior: não há

Cota de juros sobre prestações jurificadas até o momento anterior

$$CJ_{PMT0} = \text{não há}$$

Cota de juros na prestação do momento 1:

$$CJ_1 = CJ_{PV0} - CJ_{PMT0} = 100,00 - 0,00$$

$$CJ_1 = 100,00$$

Na forma exponencial ou composta, também foi possível deduzir outra fórmula dos juros em cada um dos períodos, que se constitui em algoritmo de fácil aplicação:

$$CJ_m = PV \cdot i\% \cdot (1+i\%)^{m-1} - PMT \cdot [(1+i\%)^{m-1} - 1]$$

Ou seja, o valor dos juros contido em cada prestação é igual à aplicação da taxa predefinida sobre a diferença entre o capital inicial e as prestações, ambas as verbas jurificadas até o período anterior.

Em assim sendo:

$$CJ_1 = 1.000,00 \times 10\% \times (1 + 10\%)^{1-1} - 263,80 \times [(1+10\%)^{1-1} - 1]$$

$$CJ_1 = 100,00 \times (1,10)^0 - 263,80 \times [(1,10)^0 - 1]$$

$$CJ_1 = 100,00 \times 1 - 263,80 \times [1 - 1] = 100,00 - 263,80 \times 0 = 100,00 - 0,00$$

$$CJ_1 = 100,00$$

Cota de amortização na prestação do momento 1:

$$CA_1: PMT_{JC1} - CJ_1 = 263,80 - 100,00$$

$$CA_1 = 163,80$$

Saldo devedor após o pagamento da prestação do momento 1:

$$SD_1 = SD_0 - CA_1 = 1.000,00 - 163,80$$

$$SD_1 = 836,20$$

Forma alternativa de apurar o saldo devedor:

Para ser efetivo, real, cada saldo devedor parcial deve resultar da diferença entre o valor principal jurificado até o período em análise e a soma das prestações ocorridas até então, também jurificadas.

$$SD_m = PV \cdot (1+i\%)^m - \sum PMT \cdot (1+i\%)^{de 0 \text{ até } m-1}$$

$$SD_1 = 1.000,00 \times (1+10\%)^1 - 263,80 \times (1+10\%)^0 = 1.100,00 - 263,80$$

$$SD_1 = 836,20$$

No momento 2: Cota de juros $CJ_2 = CJ_{PV1} - CJ_{PMT1}$

Capital inicial jurificado até o momento anterior

$$PV_1 = PV_0 \cdot (1+i\%)^n = 1.000,00 \times 1+10\%^1 = 1.000,00 \times 1,10^1 = 1.000,00 \times 1,10 = 1.100,00$$

Cota de juros sobre capital inicial jurificado até o momento anterior

$$CJ_{PV1} = PV_1 \times i\% = 1.100,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PV1} = 110,00$$

Prestações jurificadas até o momento anterior:

$$PMT_{JC1} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{(n-m-1)} = 263,80 \times 1+10\%^{2-1-1} = 263,80 \times 1,00^0 = 263,80 \times 1,000 = 263,80$$

Cota de juros sobre prestações jurificadas até o momento anterior

$$CJ_{PMT1} = 263,80 \times 10\%$$

$$CJ_{PMT1} = 26,38$$

Cota de juros na prestação do momento 2:

$$CJ_2 = 110,00 - 26,38$$

$$CJ_2 = 83,62$$

ou

$$CJ_2 = 1.000,00 \times 10\% \times (1+10\%)^{2-1} - 263,80 \times [(1+10\%)^{2-1} - 1]$$

$$CJ_2 = 100,00 \times (1,10)^1 - 263,80 \times [(1,10)^1 - 1]$$

$$CJ_2 = 100,00 \times 1,10 - 263,80 \times [1,10 - 1] = 110,00 - 263,80 \times 0,10 = 110,00 - 26,38$$

$$CJ_2 = 83,62$$

Cota de amortização na prestação do momento 2:

$$CA_2 = PMT_{JC2} 263,80 - CJ_2 83,62$$

$$CA_2 = 180,18$$

Saldo devedor após o pagamento da prestação do momento 2:

$$SD_2 = SD_1 - CA_2 = 836,20 - 180,18$$

$$SD_2 = 656,04$$

ou

$$SD_2 = 1.000,00 \times (1+10\%)^2 - 263,80 \times (1+10\%)^1 - 263,80 \times (1+10\%)^0$$

$$SD_2 = 1.210,00 - 290,18 - 263,80$$

$$SD_2 = 656,04$$

No momento 3: Cota de juros $CJ_3 = CJ_{PV2} - CJ_{PMT1} - CJ_{PMT2}$

Capital inicial jurificado até o momento anterior

$$PV_2 = PV_0 \cdot (1+i\%)^n = 1.000,00 \times 1,10^2 = 1.000,00 \times 1,21 = 1.210,00$$

Cota de juros sobre capital inicial jurificado até o momento anterior

$$CJ_{PV2} = PV_2 \times i\% = 1.210,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PV2} = 121,00$$

Prestações jurificadas até o momento anterior:

$$PMT_{JC1} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{(n-m-1)} = 263,80 \times 1,10^{3-1-1} = 263,80 \times 1,10^1 = 263,80 \times 1,10 = 290,20$$

$$PMT_{JC2} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{(n-m-1)} = 263,80 \times 1,10^{3-2-1} = 263,80 \times 1,10^0 = 263,80 \times 1,00 = 263,80$$

Cota de juros sobre prestações jurificadas até o momento anterior

$$CJ_{PMT1} = 290,20 \times 10\% = 29,02$$

$$CJ_{PMT2} = 263,80 \times 10\% = 26,38$$

Cota de juros na prestação do momento 3:

$$CJ_3 = 121,00 - 29,02 - 26,38 = 121,00 - 55,40$$

$$CJ_3 = 65,60$$

ou

$$CJ_3 = 1.000,00 \times 10\% \times (1 + 10\%)^{3-1} - 263,80 \times [(1+10\%)^{3-1} - 1]$$

$$CJ_3 = 100,00 \times (1,10)^2 - 263,80 \times [(1,10)^2 - 1]$$

$$CJ_3 = 100,00 \times 1,21 - 263,80 \times [1,21 - 1] = 121,00 - 263,80 \times 0,21 = 121,00 - 55,40$$

$$CJ_3 = 65,60$$

Cota de amortização na prestação do momento 3:

$$CA_3 = PMT_3 - CJ_3 = 263,80 - 65,60$$

$$CA_3 = 198,20$$

Saldo devedor após o pagamento da prestação do momento 3:

$$SD_3 = SD_2 - CA_3 = 656,03 - 198,20$$

$$SD_3 = 457,83$$

ou

$$SD_3 = 1.000,00 \times (1+10\%)^3 - 263,80 \times (1+10\%)^2 - 263,80 \times (1+10\%)^1 - 263,80 \times (1+10\%)^0$$

$$SD_3 = 1.331,00 - 319,20 - 290,18 - 263,80 = 457,83$$

No momento 4: Cota de juros $CJ_4 = CJ_{PV3} - CJ_{PMT1} - CJ_{PMT2} - CJ_{PMT3}$

Capital inicial jurificado até o momento anterior

$$PV_3 = PV_0 \cdot (1+i\%)^n = 1.000,00 \times 1,10^3 = 1.000,00 \times 1,331 = 1.331,00$$

Cota de juros sobre capital inicial jurificado até o momento anterior

$$CJ_{PV3} = PV_3 \times i\% = 1.331,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PV3} = 133,10$$

Prestações jurificadas até o momento anterior:

$$PMT_{JC1} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{(n-m-1)} = 263,80 \times 1 + 10\%^{4-1-1} = 263,80 \times 1,10^2 = 263,80 \times 1,210 = 319,20$$

$$PMT_{JC2} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{(n-m-1)} = 263,80 \times 1 + 10\%^{4-2-1} = 263,80 \times 1,10^1 = 263,80 \times 1,100 = 290,20$$

$$PMT_{JC3} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{(n-m-1)} = 263,80 \times 1 + 10\%^{4-3-1} = 263,80 \times 1,10^0 = 263,80 \times 1,000 = 263,80$$

Cota de juros sobre prestações jurificadas até o momento anterior

$$CJ_{PMT1} = 319,20 \times 10\% = 31,92$$

$$CJ_{PMT2} = 290,20 \times 10\% = 29,02$$

$$CJ_{PMT3} = 263,80 \times 10\% = 26,38$$

Cota de juros na prestação do momento 4:

$$CJ_4 = 133,10 - 31,92 - 29,02 - 26,38 = 133,10 - 87,32$$

$$CJ_4 = 45,78$$

ou

$$CJ_4 = 1.000,00 \times 10\% \times (1 + 10\%)^{4-1} - 263,80 \times [(1+10\%)^{4-1} - 1]$$

$$CJ_4 = 100,00 \times (1,10)^3 - 263,80 \times [(1,10)^3 - 1]$$

$$CJ_4 = 100,00 \times 1,331 - 263,80 \times [1,331 - 1] = 133,10 - 263,80 \times 0,331 = 133,10 - 87,32$$

$$CJ_4 = 45,78$$

Cota de amortização na prestação do momento 4:

$$CA_4 = PMT_4 - CJ_4 = 263,80 - 45,78$$

$$CA_4 = 218,02$$

Saldo devedor após o pagamento da prestação do momento 4:

$$SD_4 = SD_3 - CA_4 = 457,83 - 218,02$$

$$SD_4 = 239,81$$

ou

$$SD_4 = 1.000,00 \times (1+10\%)^4 - 263,80 \times (1+10\%)^3 - 263,80 \times (1+10\%)^2 - 263,80 \times (1+10\%)^1 - 263,80 \times (1+10\%)^0$$

$$SD_4 = 1.464,10 - 351,11 - 319,20 - 290,18 - 263,80 = 239,82$$

No momento 5: Cota de juros $CJ_5 = CJ_{PV4} - CJ_{PMT1} - CJ_{PMT2} - CJ_{PMT3} - CJ_{PMT4}$

Capital inicial jurificado até o momento anterior

$$PV_4 = PV_0 \cdot (1+i\%)^n = 1.000,00 \times 1 + 10\%^4 = 1.000,00 \times 1,10^4 = 1.000,00 \times 1,4641 = 1.464,10$$

Cota de juros sobre capital inicial jurificado até o momento anterior

$$CJ_{PV4} = PV_4 \times i\% = 1.464,10 \times 10\%$$

$$CJ_{PV3} = 146,41$$

Prestações jurificadas até o momento anterior:

$$PMT_{JC1} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{(n-m-1)} = 263,80 \times 1 + 10\%^{5-1-1} = 263,80 \times 1,10^3 = 263,80 \times 1,331 = 351,12$$

$$PMT_{JC2} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{(n-m-1)} = 263,80 \times 1 + 10\%^{5-2-1} = 263,80 \times 1,10^2 = 263,80 \times 1,210 = 319,20$$

$$PMT_{JC3} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{(n-m-1)} = 263,80 \times 1 + 10\%^{5-3-1} = 263,80 \times 1,10^1 = 263,80 \times 1,100 = 290,20$$

$$PMT_{JC4} = PMT_{JC} \cdot (1+i\%)^{(n-m-1)} = 263,80 \times 1 + 10\%^{5-4-1} = 263,80 \times 1,10^0 = 263,80 \times 1,000 = 263,80$$

Cota de juros sobre prestações jurificadas até o momento anterior

$$CJ_{PMT1} = 351,12 \times 10\% = 35,11$$

$$CJ_{PMT2} = 319,20 \times 10\% = 31,92$$

$$CJ_{PMT3} = 290,20 \times 10\% = 29,02$$

$$CJ_{PMT4} = 263,80 \times 10\% = 26,38$$

Cota de juros na prestação do momento 5:

$$CJ_5 = 146,41 - 35,11 - 31,92 - 29,02 - 26,38 = 146,41 - 122,43$$

$$CJ_5 = 23,98$$

ou

$$CJ_5 = 1.000,00 \times 10\% \times (1 + 10\%)^{5-1} - 236,80 \times [(1+10\%)^{5-1} - 1]$$

$$CJ_5 = 100,00 \times (1,10)^4 - 263,80 \times [(1,10)^4 - 1]$$

$$CJ_5 = 100,00 \times 1,4641 - 263,80 \times [1,4641 - 1] = 146,41 - 263,80 \times 0,4641 = 146,41 - 122,43$$

$$CJ_5 = 23,98$$

Cota de amortização na prestação do momento 5:

$$CA_5 = PMT_5 - CJ_5 = 263,80 - 23,98$$

$$CA_5 = 239,82$$

Saldo devedor após o pagamento da prestação do momento 5:

$$SD_5 = SD_4 - CA_5 = 239,81 - 239,81$$

$$SD_5 = 0,00$$

ou

$$SD_5 = 1.000,00 \times (1+10\%)^5 - 263,80 \times (1+10\%)^4 - 263,80 \times (1+10\%)^3 - 263,80 \times (1+10\%)^2 - 263,80 \times (1+10\%)^1 - 263,80 \times (1+10\%)^0$$

$$SD_5 = 1.610,51 - 386,23 - 351,11 - 319,20 - 290,18 - 263,80 = 0,00$$

MQJC - MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS COMPOSTOS

Taxa mensal de juros 10,00%

Valor financiado 1.000,00

Valor presente atualizado (valor futuro) 1.610,51

Número de parcelas 5

Prestação 263,80

NUM PARC	CAPITAL INICIAL JURIFICADO	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA JURIFICADA	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS JURIFICADAS	JURO SOBRE PV ANTERIOR JURIFICADO	JURO SOBRE SOMA DAS PMTs ANTERIORES JURIFICADAS	COTA DE JURO COMPOSTO NA PRESTAÇÃO	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	1.000,00							1.000,00
1	1.100,00	263,80	263,80	100,00	-	100,00	163,80	836,20
2	1.210,00	290,18	553,97	110,00	26,38	83,62	180,18	656,03
3	1.331,00	319,19	873,17	121,00	55,40	65,60	198,19	457,83
4	1.464,10	351,11	1.224,28	133,10	87,32	45,78	218,01	239,82
5	1.610,51	386,23	1.610,51	146,41	122,43	23,98	239,82	0,00

Dados iniciais	PV =	1.000,00	i% =	10%	n =	5
Número da PMT		PMT ₁	PMT ₂	PMT ₃	PMT ₄	PMT ₅
Número do período	0	1	2	3	4	5
Taxa de juros		10%	10%	10%	10%	10%
Juro mensal		100,00	110,00	121,00	133,10	146,41
Evolução PV (PV _j)	1.000,00	1.100,00	1.210,00	1.331,00	1.464,10	1.610,51
Coeficientes de jurificação das PMT		1,4641	1,3310	1,2100	1,1000	1,0000
						6,1051
PMT periódica		263,80	263,80	263,80	263,80	263,80
Coeficiente de jurificação		1,4641	1,3310	1,2100	1,1000	1,0000
PMT jurificada		386,23	351,11	319,19	290,18	263,80
Σ PMT jurificadas em "n" = 5						1.610,51
PMT ₁		263,80	290,18	319,19	351,11	386,23
PMT ₂			263,80	290,18	319,19	351,11
PMT ₃				263,80	290,18	319,19
PMT ₄					263,80	290,18
PMT ₅						263,80
Σ PMT jurificadas		263,80	553,97	873,17	1.224,28	1.610,51
Saldo devedor: PV _j x ΣPMT _j		836,20	656,03	457,83	239,82	-
Cota de juros na PMT		100,00	83,62	65,60	45,78	23,98
Cota de amortização na PMT		163,80	180,18	198,19	218,01	239,82
Saldo devedor	1.000,00	836,20	656,03	457,83	239,82	- 0,00
Cota de juro sobre PV _j anterior		100,00	110,00	121,00	133,10	146,41
Cota de juro sobre ΣPMT _j anterior		-	26,38	55,40	87,32	122,43
Cota de juro contida na PMT		100,00	83,62	65,60	45,78	23,98

Tal como ocorre em medicina, com a ressonância magnética, muito mais do que o exame visual, a radiografia, a ultrassonografia e até a tomografia, o detalhamento retro exposto expressa o diagnóstico e demonstra cirurgicamente o que está por trás de tabelas ou algoritmos elaborados com o intuito de facilitar os cálculos.

Isto é, embora haja modos mais rápidos de se processar os dados, é preciso compreender o exato procedimento, a lógica exata e a perfeita sistemática dos cálculos a fim de que seja possível explicar como se formam e apuram os juros compostos.

Finalizando, cabe referir que Edson Rovina, à página 74 da obra “Uma Nova Visão da Matemática Financeira”, foi categórico: *“Todo e qualquer método de amortização que calcule juros sobre o saldo devedor imediatamente anterior é um regime de juros compostos, ou seja, é verificada a cobrança de juros sobre juros, ou melhor falando, é verificado o anatocismo”*.

Verifica-se que este é o procedimento aplicável ao Sistema Francês de Amortização, conhecido no Brasil como Tabela Price, cujos resultados coincidem com os obtidos no desenvolvimento retro exposto, do Sistema de Amortização ou Método de Quitação a Juros Compostos – MQJC.

Assim, sob a sistemática de juros compostos, além da prestação obtida ser exata e perfeita para a quitação do empréstimo, há, também, exata correspondência dos saldos devedores apurados, das cotas de juro e de amortização contidas em cada prestação, cuja soma, em ordem inversa, mediante desjurificação, resulta no valor exato do capital inicial.

Uma vez certificado o Pentateuco VDT, ou seja, a consistência simultânea dos cinco fatores de autenticidade, essa é a prova real de que o valor da prestação obtido é o único que corresponde aos pressupostos da aplicação de juros compostos no método ou sistema de amortização adotado, em pleno atendimento à cláusula pétrea da Matemática Financeira, do dever de obediência ao valor do dinheiro no tempo.

CAPÍTULO 8 - PRAZO DE CARÊNCIA, COM E SEM PAGAMENTO DE JUROS, NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)

SEM PAGAMENTO DE JUROS COMPOSTOS DURANTE O PERÍODO DE CARÊNCIA

Há casos de empréstimos para pagamento em prestações postecipadas, em que o primeiro pagamento é previsto para ser feito após o cumprimento de um prazo de carência, intervalo de tempo em que não são feitos pagamentos, ou seja, o início da quitação de juros e amortização não ocorre no primeiro período.

Com base nos dados do exemplo retro considerado, se for previsto prazo de carência de 2 períodos, a P.A., que era de 6 termos, passa a ter 8:

Progressão geométrica

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_1 = 1.000,00$$

$$q = 1 + 10,00\%$$

$$n = 8 \text{ termos}$$

$$a_n = 1.000,00 \times 1,1000^{8-1}$$

$$a_n = 1.000,00 \times 1,1000^7$$

$$a_n = 1.000,00 \times 1,94871710$$

$$a_n = 1.948,72$$

CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA DE JUROS (CCJ) - SISTEMA EXPONENCIAL OU GEOMÉTRICO COM CARÊNCIA								
NUM DE ORDEM	PV = VALOR PRESENTE (FV anterior)	% TAXA DE JUROS A APLICAR	VALOR DO JURO MENSAL	% SOBRE SALDO ANTERIOR	% SOBRE PV	TAXA DE CRESCIMENTO DOS JUROS	NÚMERO DO PERÍODO	FV = VALOR FUTURO PERÍODO A
m	PVm = FVm-1	i%	i% . PVm	Jm / PVm	Jm / PVm			FVm
0							0	1.000,00
PRAZO(S) DE CARÊNCIA ATÉ UM PERÍODO ANTES DO PRIMEIRO PAGAMENTO								
1							1	1.100,00
2						PV após carência	2	1.210,00
NÚMERO DA PRESTAÇÃO								
1	1.210,00	10,00%	121,00	10,00%	12,10%		3	1.331,00
2	1.331,00	10,00%	133,10	10,00%	13,31%	10,00%	4	1.464,10
3	1.464,10	10,00%	146,41	10,00%	14,64%	10,00%	5	1.610,51
4	1.610,51	10,00%	161,05	10,00%	16,11%	10,00%	6	1.771,56
5	1.771,56	10,00%	177,16	10,00%	17,72%	10,00%	7	1.948,72

CÁLCULO DO VALOR FUTURO DO CAPITAL INICIAL

$$\begin{aligned}
 FV &= 1.000,00 \times (1 + 10,00\%)^2 \times (1 + 10,00\%)^5 \\
 FV &= 1.000,00 \times 1,1000^2 \times 1,1000^5 \\
 FV &= 1.000,00 \times 1,2100 \times 1,6105 \\
 FV &= 1.000,00 \times 1,9487171 \\
 FV &= 1.948,72
 \end{aligned}$$

CÁLCULO DO VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS COMPOSTOS COM CARÊNCIA

				Valor futuro	1.948,72
NUM PARC (m)	Períodos vincendos (n-m)	Numerador do coeficiente de jurificação da PMT	Denominador do coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT (simplificado)
5		$(1+i\%)^n$	$(1+i\%)^m$	$[(1+i\%)^n] / [(1+i\%)^m]$	$(1+i\%)^{(n-m)}$
				SOMA DOS QUOCIENTES	SOMA DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO DAS PMT
				6,1051	6,1051
				Valor da PMT a juros compostos = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação das PMT	
				319,19	
				319,19	
				319,19	
0	5				
1	4	1,6105	1,1000	1,4641	1,4641
2	3	1,6105	1,2100	1,3310	1,3310
3	2	1,6105	1,3310	1,2100	1,2100
4	1	1,6105	1,4641	1,1000	1,1000
5	-	1,6105	1,6105	1,0000	1,0000

$$PMT_{JC} = \frac{PV \cdot i\% \cdot (1 + i\%)^{pk} \cdot (1 + i\%)^n}{(1 + i\%)^n - 1}$$

$$PMT_{JC} = 319,19$$

e a partir do valor futuro, pela fórmula

$$PMT_{JC} = \frac{FV \cdot i\%}{(1 + i\%)^n - 1}$$

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

SOMATÓRIO DOS VALORES JURIFICADOS DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS COMPOSTOS DESDE CADA DATA DE OCORRÊNCIA ATÉ O MOMENTO FINAL “n”

NUM PARC (m)	Períodos vincendos (n-m)	Valor da PMT a juros compostos	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DAS PMT	SOMA DOS VALORES FUTUROS DAS PRESTAÇÕES
5				
0	5			1.948,72
1	4	319,19	1,4641	467,33
2	3	319,19	1,3310	424,85
3	2	319,19	1,2100	386,23
4	1	319,19	1,1000	351,11
5	-	319,19	1,0000	319,19

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

SALDOS DEVEDORES: COMPENSAÇÃO ENTRE CAPITAL INICIAL E PRESTAÇÕES, VERBAS JURIFICADAS

NUM PARC	CAPITAL INICIAL JURIFICADO	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS COMPOSTOS	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA JURIFICADO	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS JURIFICADAS	SALDO DEVEDOR A JUROS COMPOSTOS
0	1.000,00				1.000,00

PERÍODO DE CARÊNCIA

2 1.210,00

PERÍODO DE AMORTIZAÇÃO

1	1.331,00	319,19	319,19	319,19	1.011,81
2	1.464,10	319,19	351,11	670,31	793,79
3	1.610,51	319,19	386,23	1.056,54	553,97
4	1.771,56	319,19	424,85	1.481,38	290,18
5	1.948,72	319,19	467,33	1.948,72	0,00

COTA DE AMORTIZAÇÃO: DIFERENÇAS ENTRE SALDOS DEVEDORES

NUM PARC	SALDO DEVEDOR (DIF ENTRE VALORES JURIFICADOS DO PV E SOMA DAS PMTs ANTERIORES)	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS
0	1.000,00		

PERÍODO DE CARÊNCIA

2 1.210,00

PERÍODO DE AMORTIZAÇÃO

1	1.011,81	198,19	121,00
2	793,79	218,01	101,18
3	553,97	239,82	79,38
4	290,18	263,80	55,40
5	0,00	290,18	29,02

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: A cota de juros contida na primeira prestação deve ser **SEMPRE** resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial jurificado até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.

$$CJ_1 = (PV + J_{pk}) \cdot i\%$$

$$CJ_1 = (1.000,00 + 100,00 + 110,00) \times 10\%$$

$$CJ_1 = 1.210,00 \times 10\% = 121,00$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.

CÁLCULO DO VALOR PRESENTE DAS PRESTAÇÕES A JUROS COMPOSTOS (pelo prazo até o início)

NUM PARC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
5		$FVPN_m = 1 + i\%^{(n-m)}$	$FVPD = 1 + i\%^{(n+pk)}$			$PV = PMT \cdot FVPN / FVPD$
		Σ				Σ
		6,1051	1,9487	$CVP_p = FVPN_m / FVPD$	$CVP_q = FVPD / FVPN_m$	1.000,00
0	319,19		Σ	3,132882		1.000,00
1	319,19	1,4641	1,9487	0,751315	1,3310	239,82
2	319,19	1,3310	1,9487	0,683013	1,4641	218,01
3	319,19	1,2100	1,9487	0,620921	1,6105	198,19
4	319,19	1,1000	1,9487	0,564474	1,7716	180,18
5	319,19	1,0000	1,9487	0,513158	1,9487	163,80

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor jurificado do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações também jurificadas até o momento anterior.

COTAS DE JURO: DIFERENÇA ENTRE VERBAS JURIFICADAS DO CAPITAL INICIAL E DAS PRESTAÇÕES ANTERIORES

NUM PARC	JURO COMPOSTO SOBRE CAPITAL INICIAL JURIFICADO	JURO COMPOSTO SOBRE SOMA DAS PRESTAÇÕES ANTERIORES JURIFICADAS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS COMPOSTOS
0					1.000,00
PERÍODO DE CARÊNCIA					
2					1.210,00
PERÍODO DE AMORTIZAÇÃO					
1	121,00	-	121,00	198,19	1.011,81
2	133,10	31,92	101,18	218,01	793,79
3	146,41	67,03	79,38	239,82	553,97
4	161,05	105,65	55,40	263,80	290,18
5	177,16	148,14	29,02	290,18	0,00

COM PAGAMENTO DE JUROS COMPOSTOS DURANTE O PERÍODO DE CARÊNCIA

Na hipótese de juros serem pagos durante o período de carência, a prestação terá o mesmo valor do MQJC.

CÁLCULO DOS JUROS NA CARÊNCIA E PRESTAÇÃO PERIÓDICA

PV= 1.000,00	i% = 10,00%	Valor futuro FV (PV) =	1.948,72
n = 5	n + pk =	Valor futuro PMT =	1.610,51
pk = 2	7	VF juros carência =	338,21

CÁLCULO DO VALOR DOS JUROS NA CARÊNCIA

NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Numerador do coeficiente de jurificação da carência	Denominador do coeficiente de jurificação da carência	Coeficiente de jurificação da carência	Coeficiente de jurificação da carência (simplificado)
2		$(1+i\%)^n$	$(1+i\%)^m$	$[(1+i\%)^n] / [(1+i\%)^m]$	$(1+i\%)^{(n-m)}$
				SOMA DOS QUOCIENTES DA CARÊNCIA	SOMA DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO DA CARÊNCIA
				3,3821	3,3821
0	7				
1	6	1,9487	1,1000	1,7716	1,7716
2	5	1,9487	1,2100	1,6105	1,6105

Valor dos juros na carência = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação da Carência	100,00
--	---------------

CÁLCULO DO VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS COMPOSTOS COM CARÊNCIA

NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Numerador do coeficiente de jurificação da PMT	Denominador do coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT (simplificado)
5		$(1+i\%)^n$	$(1+i\%)^m$	$[(1+i\%)^n] / [(1+i\%)^m]$	$(1+i\%)^{(n-m)}$
				SOMA DOS QUOCIENTES	SOMA DOS COEFICIENTES DE ATUALIZAÇÃO DAS PMT
				6,1051	6,1051
0	5				
1	4	1,6105	1,1000	1,4641	1,4641
2	3	1,6105	1,2100	1,3310	1,3310
3	2	1,6105	1,3310	1,2100	1,2100
4	1	1,6105	1,4641	1,1000	1,1000
5	-	1,6105	1,6105	1,0000	1,0000

Valor da PMT a juros compostos = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação das PMT	263,80
263,80	263,80

CAPÍTULO 9 - CORREÇÃO OU ATUALIZAÇÃO MONETÁRIA NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)

Se a um plano de amortização

	Cota juro	Prestação		Cota amortização	Saldo devedor
m	CJ	PMT	% CJ / SD _{m-1}	CA	SD
0			10,00%		1.000,00
1	100,00	263,80	10,00%	163,80	836,20
2	83,62	263,80	10,00%	180,18	656,03
3	65,60	263,80	10,00%	198,19	457,83
4	45,78	263,80	10,00%	218,01	239,82
5	23,98	263,80	10,00%	239,82	- 0,00

for aplicada correção ou atualização monetária, conforme os índices adiante informados, o sistema demonstra perfeita exatidão:

m	Índice CM	PMT c/ CM	SD c/ CM	Taxa de juros	CJ c/ CM	CA c/ CM	SD res c/ CM
0	1,50%	263,80					1.000,00
1	2,50%	267,75	1.015,00	10,00%	101,50	166,25	848,75
2	3,60%	274,45	869,96	10,00%	87,00	187,45	682,51
3	-2,60%	284,33	707,08	10,00%	70,71	213,62	493,46
4	5,00%	276,94	480,63	10,00%	48,06	228,87	251,76
5		290,78	264,35	10,00%	26,43	264,35	- 0,00

Melhor demonstrando:

m	\$ s/CM	Índ CM	Coef CM	\$ c/CM	Taxa juros	Num capit	\$ c/CM + juro	SD res c/ CM
0	1.000,00					0		
1	1.000,00	1,50%	1,015000	1.015,00	10,00%	1	1.116,50	
1	263,80	1,50%	1,015000	267,75	10,00%	0	267,75	848,75
2	1.000,00	2,50%	1,040375	1.040,38	10,00%	2	1.258,85	
2	263,80	2,50%	1,040375	274,45	10,00%	1	301,89	
2	263,80	2,50%	1,040375	274,45	10,00%	0	274,45	682,51
3	1.000,00	3,60%	1,077829	1.077,83	10,00%	3	1.434,59	
3	263,80	3,60%	1,077829	284,33	10,00%	2	344,04	
3	263,80	3,60%	1,077829	284,33	10,00%	1	312,76	
3	263,80	3,60%	1,077829	284,33	10,00%	0	284,33	493,46
4	1.000,00	-2,60%	1,049805	1.049,80	10,00%	4	1.537,02	
4	263,80	-2,60%	1,049805	276,94	10,00%	3	368,60	
4	263,80	-2,60%	1,049805	276,94	10,00%	2	335,09	
4	263,80	-2,60%	1,049805	276,94	10,00%	1	304,63	
4	263,80	-2,60%	1,049805	276,94	10,00%	0	276,94	251,76
5	1.000,00	5,00%	1,102295	1.102,30	10,00%	5	1.775,26	
5	263,80	5,00%	1,102295	290,78	10,00%	4	425,73	
5	263,80	5,00%	1,102295	290,78	10,00%	3	387,03	
5	263,80	5,00%	1,102295	290,78	10,00%	2	351,85	
5	263,80	5,00%	1,102295	290,78	10,00%	1	319,86	
5	263,80	5,00%	1,102295	290,78	10,00%	0	290,78	0,00

CAPÍTULO 10 - LIQUIDAÇÃO /QUITAÇÃO ANTECIPADA NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)

Normas do Banco Central do Brasil dispõem que, para efeito de liquidação ou quitação antecipada de contratos de financiamento / empréstimo, total ou parcialmente, devem ser considerados os pagamentos futuros ainda devidos, devidamente descontados à taxa de juros prevista no contrato.

Cabe considerar que, se houver necessidade ou conveniência de liquidar o empréstimo antecipadamente, desde que o sistema de amortização tenha sido desenvolvido de acordo com a lei do valor do dinheiro no tempo, a soma das parcelas vincendas desjurificadas a juros compostos é exatamente igual ao saldo devedor previsto no plano inicial de financiamento após o pagamento da prestação do momento em tela.

No exemplo padrão retro utilizado, supondo a quitação antecipada do contrato após o pagamento da segunda prestação:

- a) Cada prestação deve ser jurificada até o momento final do prazo, 5, desjurificada até o instante zero, e novamente jurificada até o momento de interesse, 2:

$$PMT_3 \text{ para } m2: 263,80 \times 1,10^2 / 1,10^5 \times 1,10^2 = 239,82$$

$$PMT_4 \text{ para } m2: 263,80 \times 1,10^1 / 1,10^5 \times 1,10^2 = 218,01$$

$$PMT_5 \text{ para } m2: 263,80 \times 1,10^0 / 1,10^5 \times 1,10^2 = 198,19$$

$$SD_2 = 239,82 + 218,01 + 198,19 = 656,03$$

ou

- b) No caso específico de juros compostos, cada prestação deve ser desjurificada desde o instante de sua ocorrência até o momento de interesse, 2:

$$PMT_3 \text{ para } m2: 263,80 / 1,10^1 = 239,82$$

$$PMT_4 \text{ para } m2: 263,80 / 1,10^2 = 218,01$$

$$PMT_5 \text{ para } m2: 263,80 / 1,10^3 = 198,19$$

$$SD_2 = 239,82 + 218,01 + 198,19 = 656,03$$

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS COMPOSTOS	VALOR DESJURIFICADO DAS PRESTAÇÕES VINCENDAS	VALOR DESJURIFICADO DAS PRESTAÇÕES VINCENDAS (simpl) (somente em Juros Compostos)	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS COMPOSTOS
m	PMT	m' -> n -> m''	m' -> m''	SDm = PMT - CAm
0	263,80			1.000,00
1	263,80			836,20
2	263,80			656,03
SOMA DOS VALORES DESJURIFICADOS (m3 a m5)		656,03	656,03	
3	263,80			457,83
	VALOR DESJURIFICADO DA PMT3 EM M2	239,82	239,82	
4	263,80			239,82
	VALOR DESJURIFICADO DA PMT4 EM M2	218,01	218,01	
5	263,80			0,00
	VALOR DESJURIFICADO DA PMT5 EM M2	198,19	198,19	

CAPÍTULO 11 - CES – COEFICIENTE DE EQUIVALÊNCIA SALARIAL NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)

O CES foi muito utilizado em contratos de financiamento habitacional, com objetivo de equalizar os índices de variação dos valores do saldo devedor, conforme a remuneração básica das cadernetas de poupança, com os índices de reajuste da prestação, de acordo com os reajustes salariais do mutuário.

Via-de-regra, a remuneração da caderneta de poupança era (e ainda é) mensal, enquanto os salários recebiam reajustes em períodos maiores.

Além disso, as variações da caderneta de poupança costumavam ser maiores do que os ajustes salariais.

Então, as instituições mutuantes incluíam o CES no contrato, mediante projeção estimada de fatores de equalização dos dois diferentes índices.

Mesmo assim, as distorções não eram corrigidas o suficiente, e, ao final do prazo, ao invés de saldo devedor zero, havia débito remanescente, tanto que os contratos continham cláusulas de prazo adicional para amortização do saldo ainda pendente.

Em assim sendo, com reajustes mensais do saldo devedor, conforme índices de correção monetária adiante informados, e sendo a prestação majorada somente no quarto mês:

VP = 1.000,00 n = 5 PMT com CES = 271,71
 i% = 10,00% PMT = 263,80
 VF = 1.610,51 CES = 1,03

NUM PARC	Índice CM Saldo Devedor	Saldo Devedor corrigido	Índice CM Prestação	VALOR DA PMT com CES e CM	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS COMPOSTOS
0	3,54						1.000,00
1	2,15	1.035,40		271,71	103,54	168,17	867,23
2	4,96	885,87		271,71	88,59	183,12	684,10
3	3,15	718,04		271,71	71,80	199,91	484,20
4	5,06	499,45	1,50	275,79	49,94	225,84	258,35
5		271,43		275,79	27,14	248,64	9,71

CAPÍTULO 12 - PRESTAÇÕES ANTECIPADAS – PMTa - NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC)

Se, ao invés de ocorrer no fim de cada período do prazo contratual (postecipadas), o vencimento das parcelas periódicas for previsto para o início, com pagamentos efetuados desde o instante zero até o início do último período, as prestações são ditas “antecipadas”.

Progressão geométrica

PRESTAÇÃO ANTECIPADA

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_1 = 1.000,00$$

$$q = 1 + 10,00\%$$

$$n = 5 \text{ termos}$$

$$a_n = 1.000,00 \times 1,10^{5-1}$$

$$a_n = 1.000,00 \times 1,10^4$$

$$a_n = 1.000,00 \times 1,46410000$$

$$a_n = 1.464,10$$

$$FV = PV \cdot (1 + i\%)^{n-1}$$

$$FV = 1.464,10$$

$$FV = PV \cdot (1 + i\%)^{n-1}$$

PRESTAÇÃO ANTECIPADA

$$FV = 1.000,00 \times (1 + 10,00\%)^4$$

$$FV = 1.000,00 \times 1,1000^4$$

$$FV = 1.000,00 \times 1,46$$

$$FV = 1.464,10$$

CÁLCULO DO VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS COMPOSTOS**PRESTAÇÃO ANTECIPADA**

				Valor futuro	1.464,10
NUM PARC (m)	Períodos vincendos (n-m)	Numerador do coeficiente de jurificação da PMT	Denominador do coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT (simplificado)
4		$(1+i\%)^n$	$(1+i\%)^m$	$[(1+i\%)^n] / [(1+i\%)^m]$	$(1+i\%)^{(n-m)}$
				SOMA DOS QUOCIENTES	SOMA DOS COEFICIENTES DE ATUALIZAÇÃO DAS PMT
				6,1051	6,1051
				Valor da PMT a juros compostos = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação das PMT	
					239,82
				239,82	239,82
0	4	1,4641	1,0000	1,4641	1,4641
1	3	1,4641	1,1000	1,3310	1,3310
2	2	1,4641	1,2100	1,2100	1,2100
3	1	1,4641	1,3310	1,1000	1,1000
4	-	1,4641	1,4641	1,0000	1,0000

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

SOMATÓRIO DOS VALORES JURIFICADOS DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS COMPOSTOS DESDE CADA DATA DE OCORRÊNCIA ATÉ O MOMENTO FINAL “n”
PRESTAÇÃO ANTECIPADA

NUM PARC (m)	Períodos vincendos (n-m)	Valor da PMT a juros compostos	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DAS PMT	SOMA DOS VALORES FUTUROS DAS PRESTAÇÕES
4				1.464,10
0	4	239,82	1,4641	351,11
1	3	239,82	1,3310	319,19
2	2	239,82	1,2100	290,18
3	1	239,82	1,1000	263,80
4	-	239,82	1,0000	239,82

NUM PARC (m)	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS COMPOSTOS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS COMPOSTOS
4	PMT	$CJm = SDm \cdot 1 \cdot i\%$	$CAm = PMT - CJm$	$SDm = PMT - CAm$
0				1.000,00
0	239,82		239,82	760,18
1	239,82	76,02	163,80	596,39
2	239,82	59,64	180,18	416,21
3	239,82	41,62	198,19	218,01
4	239,82	21,80	218,01	0,00

$$PMTa \text{ JC PV} = \frac{PV \cdot i\% \cdot (1 + i\%)^{n-1}}{(1 + i\%)^n - 1}$$

$$PMTa \text{ JC PV} = 239,82$$

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

NUM PARC (m)	PERÍODOS VINCENDOS	CAPITAL INICIAL JURIFICADO	VALOR DA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	VALOR DA PRESTAÇÃO JURIFICADA	SOMA DAS PRESTAÇÕES JURIFICADAS	SALDO DEVEDOR (DIF ENTRE VLRS JURIF PV E PMTS)
0	4	1.000,00	239,82	239,82	239,82	760,18
1	3	1.100,00	239,82	263,80	503,61	596,39
2	2	1.210,00	239,82	290,18	793,79	416,21
3	1	1.331,00	239,82	319,19	1.112,99	218,01
4	0	1.464,10	239,82	351,11	1.464,10	0,00

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: A cota de juros contida na primeira prestação deve ser **SEMPRE** resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial jurificado até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.

$$CJ_1 = (PV - PMT) \times i\%$$

$$CJ_1 = (1.000,00 - 239,82) \times 10\%$$

$$CJ_1 = 760,18 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 76,02$$

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA	SALDO DEVEDOR (DIF ENTRE VALORES JURIFICADOS DO PVE E SOMA DAS PMTs ANTERIORES)	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS
0	239,82	760,18		
1	239,82	596,39	163,80	76,02
2	239,82	416,21	180,18	59,64
3	239,82	218,01	198,19	41,62
4	239,82	0,00	218,01	21,80

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.

$$PV = \frac{PMTa \cdot (1 + i\%)^n - 1}{i\% \cdot (1 + i\%)^{n-1}}$$

$$PV = 1.000,00$$

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
			Σ				Σ
m	n-m		6,1051	1,4641	$CVP_p = FVP_{Nm} / FVPD$	$CVP_q = FVPD / FVP_{Nm}$	1.000,00
				Σ	4,169865		1.000,00
0	4	239,82	1,4641	1,4641	1,000000	1,0000	239,82
1	3	239,82	1,3310	1,4641	0,909091	1,1000	218,01
2	2	239,82	1,2100	1,4641	0,826446	1,2100	198,19
3	1	239,82	1,1000	1,4641	0,751315	1,3310	180,18
4	0	239,82	1,0000	1,4641	0,683013	1,4641	163,80

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos seja resultado da diferença entre os juros incidentes sobre o valor jurificado do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações também jurificadas até o momento anterior.

NUM PARC (m)	CAPITAL INICIAL JURIFICADO A JUROS COMPOSTOS	SOMA DAS PRESTAÇÕES JURIFICADAS A JUROS COMPOSTOS	JURO SOBRE PV ANTERIOR JURIFICADO	JURO COMPOSTO SOBRE SOMA DAS PMTs ANTERIORES JURIFICADAS	COTA DE JURO COMPOSTO NA PRESTAÇÃO	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS COMPOSTOS
0	1.000,00	239,82					760,18
1	1.100,00	503,61	100,00	23,98	76,02	163,80	596,39
2	1.210,00	793,79	110,00	50,36	59,64	180,18	416,21
3	1.331,00	1.112,99	121,00	79,38	41,62	198,19	218,01
4	1.464,10	1.464,10	133,10	111,30	21,80	218,01	0,00

CAPÍTULO 13 - CONTRATOS COM CLÁUSULA DE PAGAMENTO DE PARCELA “BALÃO” - JUROS COMPOSTOS

Basta definir o valor nominal da parcela “balão” (ou o percentual sobre o valor presente) a ser pago e em que prazo, geralmente o momento final “n”.

Depois, desjurificar a(s) parcela(s) balão para o instante inicial, e diminuir o resultado do capital inicial.

Este será o valor presente ajustado.

E segue-se de acordo com o sistema de amortização escolhido.

CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA DE JUROS (CCJ) - SISTEMA EXPONENCIAL

OU GEOMÉTRICO

PV = 1.000,00 "BALÃO": pb 180,00

i% = 10,00% $PV_{pb} = pb / (1+i\%)^n$

n = 5 $PV_{pb} = 111,77$

$PV' = PV - 888,23$

NUM PERÍODO	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE (PV) (FV ANTERIOR)	VALOR DO JURO MENSAL	NÚMERO DO TERMO DA P.G.	FV = VALOR FUTURO PERÍODO A PERÍODO
0			1	888,23
1	888,23	88,82	2	977,06
2	977,06	97,71	3	1.074,76
3	1.074,76	107,48	4	1.182,24
4	1.182,24	118,22	5	1.300,46
5	1.300,46	130,05	6	1.430,51

CÁLCULO DO VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS COMPOSTOS

$$PMT = FV / \text{Soma Coeficientes Jurificação PMT}$$

PV' = 888,23		i% = 10,00%		FV' =	1.430,51
NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Numerador do coeficiente de jurificação da PMT'	Denominador do coeficiente de jurificação da PMT'	Coeficiente de jurificação da PMT'	Coeficiente de jurificação da PMT' (simplificado)
Valor da PMT a juros compostos = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação das PMT				SOMA DOS QUOCIENTES	SOMA DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO DAS PMT'
				6,1051	6,1051
				234,31	234,31
					234,31
0	5				
1	4	1,6105	1,1000	1,4641	1,4641
2	3	1,6105	1,2100	1,3310	1,3310
3	2	1,6105	1,3310	1,2100	1,2100
4	1	1,6105	1,4641	1,1000	1,1000
5	-	1,6105	1,6105	1,0000	1,0000

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

SOMATÓRIO DOS VALORES JURIFICADOS DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE DESDE CADA DATA DE OCORRÊNCIA ATÉ O MOMENTO FINAL "n"

NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Valor da PMT a juros compostos	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DAS PMT'	SOMA DOS VALORES FUTUROS DAS PMT'
0	5			1.430,51
1	4	234,31	1,4641	343,06
2	3	234,31	1,3310	311,87
3	2	234,31	1,2100	283,52
4	1	234,31	1,1000	257,75
5	-	234,31	1,0000	234,31

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

NUM PARC	PERÍODOS VINCENDOS	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE	CAPITAL INICIAL JURIFICADO	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS COMPOSTOS	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA JURIFICADA	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS JURIFICADAS	DIFERENÇA ENTRE VALORES JURIFICADOS DO CAPITAL INICIAL E A SOMA DAS PRESTAÇÕES ANTERIORES
m		PV	$FV_m = PV \cdot (1+i\%)^m$	PMT	$PMT_m = PM \cdot (1+i\%)^{(m-1)}$	$\sum PMT_m = \sum PMT_{m-1} + PMT_m$	$SD_{jc} = FV_m - \sum PMT_m$
0	5	888,23	888,23				888,23
1	4	888,23	977,06	234,31	234,31	234,31	742,74
2	3	888,23	1.074,76	234,31	257,75	492,06	582,70
3	2	888,23	1.182,24	234,31	283,52	775,58	406,66
4	1	888,23	1.300,46	234,31	311,87	1.087,45	213,01
5	0	888,23	1.430,51	234,31	343,06	1.430,51	0,00

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: A cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial jurificado até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.

$$CJ_1 = (PV - PMT) \times i\%$$

$$CJ_1 = (1.000,00 - 111,77) \times 10\%$$

$$CJ_1 = 888,23 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 88,82$$

NUM PARC	SALDO DEVEDOR (DIF ENTRE VALORES JURIFICADOS DO PV E SOMA DAS PMTs ANTERIORES)	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS
0	888,23		
1	742,74	145,49	88,82
2	582,70	160,04	74,27
3	406,66	176,04	58,27
4	213,01	193,65	40,67
5	0,00	213,01	21,30

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS COMPOSTOS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS COMPOSTOS	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS COMPOSTOS
m	PMT	$CJm = SDm \cdot 1. i\%$	$CAm = PMT - CJm$	$SDm = PMT - CAm$
0				888,23
1	234,31	88,82	145,49	742,74
2	234,31	74,27	160,04	582,70
3	234,31	58,27	176,04	406,66
4	234,31	40,67	193,65	213,01
5	234,31	21,30	213,01	0,00

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.

CÁLCULO DO VALOR PRESENTE DAS PRESTAÇÕES A JUROS COMPOSTOS (pelo prazo até o início)

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
			Σ				Σ
m	n-m		6,1051	1,6105	$CVPp = FVPNm / FVPD$	$CVPq = FVPD / FVPNm$	888,23
0	5	234,31		Σ	3,790787		888,23
1	4	234,31	1,4641	1,6105	0,909091	1,1000	213,01
2	3	234,31	1,3310	1,6105	0,826446	1,2100	193,65
3	2	234,31	1,2100	1,6105	0,751315	1,3310	176,04
4	1	234,31	1,1000	1,6105	0,683013	1,4641	160,04
5	0	234,31	1,0000	1,6105	0,620921	1,6105	145,49

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor jurificado do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações também jurificadas até o momento anterior.

NUM PARC	CAPITAL INICIAL JURIFICADO	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS JURIFICADAS	JURO COMPOSTO SOBRE PV ANTERIOR JURIFICADO	JURO COMPOSTO SOBRE SOMA DAS PMTs ANTERIORES JURIFICADAS	COTA DE JURO COMPOSTO NA PRESTAÇÃO	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	888,23						888,23
1	977,06	234,31	88,82	-	88,82	145,49	742,74
2	1.074,76	492,06	97,71	23,43	74,27	160,04	582,70
3	1.182,24	775,58	107,48	49,21	58,27	176,04	406,66
4	1.300,46	1.087,45	118,22	77,56	40,67	193,65	213,01
5	1.430,51	1.430,51	130,05	108,75	21,30	213,01	0,00

CAPÍTULO 14 - SAC - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE OU SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO ITALIANO

É um método de amortização sob o regime de capitalização composta de juros, com prestações desiguais entre si, decrescentes, em que, com base nos dados iniciais de capital inicial ou valor presente, taxa de juros e prazo:

1. A cota fixa de amortização em cada prestação periódica postecipada resulta da divisão entre o capital inicial e o número de períodos.
2. A cota de juros da prestação periódica postecipada, em cada período, resulta da multiplicação entre a taxa de juros e o saldo devedor anterior, a começar pelo capital inicial. É verba decrescente.
3. O valor de cada prestação periódica resulta da soma entre a cota fixa de amortização e a cota de juros.
4. O saldo devedor após o pagamento de cada prestação periódica resulta da subtração entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização do período.

Cota de amortização fixa em todos os períodos:

$$CA = \frac{PV}{n}$$

Cota de juros no primeiro período:

$$CJ_1 = PV \cdot i\%$$

A primeira prestação é igual à soma da amortização com os juros.

$$PMT_1 = A + CJ_1$$

O saldo devedor após a primeira prestação resulta da diferença entre o capital inicial e a amortização.

$$SD_1 = PV - CA_1$$

A segunda parcela de juros é calculada pela multiplicação da taxa de juros com o saldo devedor anterior.

$$CJ_2 = SD_1 \cdot i\%$$

A segunda prestação é igual à soma da amortização com os juros.

$$PMT_2 = CA + CJ_2$$

O saldo devedor após a segunda prestação resulta da diferença entre o saldo devedor anterior e a amortização.

$$SD_2 = SD_1 - CA$$

Repete-se os procedimentos do cálculo da segunda prestação para todas as seguintes, de forma gradativa.

SAC – Cálculo dos valores das prestações e dos saldos devedores

Um empréstimo de R\$1.000,00, a ser amortizado em prestações postecipadas iguais, em 5 períodos, à taxa de 10% ao período, apresenta a evolução exposta na tabela a seguir.

SAC - Sistema de Amortização Constante (Italiano)

NUM PARC	SALDO DEVEDOR ANTERIOR	AMORTI- ZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	JURO NA PRESTAÇÃO	PRESTAÇÃO MENSAL	SALDO DEVEDOR RESIDUAL
0					1.000,00
1	1.000,00	200,00	100,00	300,00	800,00
2	800,00	200,00	80,00	280,00	600,00
3	600,00	200,00	60,00	260,00	400,00
4	400,00	200,00	40,00	240,00	200,00
5	200,00	200,00	20,00	220,00	-

SAC – Cálculo dos valores futuros das prestações e saldos devedores resultantes da diferença entre os valores jurificados do capital inicial e das prestações ocorridas

Importante notar que, aplicando exponenciação em cada uma das prestações, desde o momento de suas respectivas ocorrências até o momento “n”, constata-se que o SAC também

contempla juros na mesma intensidade da Tabela Price ou MQJC – Método de Quitação a Juros Compostos, pois, ao final do prazo “n”, mediante aplicação da soma dos fatores de capitalização composta, o valor jurificado da soma das prestações é R\$1.610,51.

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

SAC - Sistema de Amortização Constante (Italiano)

NUM PARC	PRESTAÇÃO MENSAL	PRESTAÇÕES VINCENDAS	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
0			1.610,51
1	300,00	$(1 + 10,00\%)^5 - 1 = 1,4641$	439,23
2	280,00	$(1 + 10,00\%)^4 - 1 = 1,3310$	372,68
3	260,00	$(1 + 10,00\%)^3 - 1 = 1,2100$	314,60
4	240,00	$(1 + 10,00\%)^2 - 1 = 1,1000$	264,00
5	220,00	$(1 + 10,00\%)^1 - 1 = 1,0000$	220,00

Ao mesmo tempo, se, em cada momento, for feito o cotejo entre os valores “jurificados” do capital inicial e a soma das prestações ocorridas até então, os saldos devedores são exatamente iguais aos obtidos na forma retro exposta.

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

SAC - Sistema de Amortização Constante (Italiano)

NUM PARC	PV jurificado	Soma das PMT jurificadas	Saldo devedor = PV jurificado - Σ PMT jurificadas
0	1.000,00		1.000,00
1	1.100,00	300,00	800,00
2	1.210,00	610,00	600,00
3	1.331,00	931,00	400,00
4	1.464,10	1.264,10	200,00
5	1.610,51	1.610,51	0,00

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: A cota de juros contida na primeira prestação deve ser **SEMPRE** resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial jurificado até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.

$$CJ_1 = PV \cdot i\%$$

$$CJ_1 = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 100,00$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.

SAC – Cálculo do valor presente das prestações

Em se fazendo o cotejo dos valores, no instante zero, mediante apuração do valor presente a partir de cada prestação, também é possível demonstrar que o SAC contempla juros compostos, uma vez a soma das prestações “desjurificadas” de forma exponencial, tal como foi feito para a Tabela Price, é exatamente igual ao capital inicial, R\$1.000,00.

**FVPN – Fator do
valor presente
(numerador)**

$$\mathbf{FVPN_m = 1 + i\%^{n-m}}$$

**FVPD – Fator do
valor presente
(denominador)**

$$\mathbf{FVPD = 1 + i\%^n}$$

**CVPQ – Coeficiente inverso
do valor presente
(dividendo; divisor;
quociente)**

$$\mathbf{1 + i\%^m}$$

$$\mathbf{CVPQ_m = FVPD / FVPN_m}$$

**CVPP - Coeficiente do
valor presente
(multiplicando;
multiplicador; produto)**

$$1 / (1+i\%^m)$$

$$\mathbf{CVPPm = FVPNm / FVPD}$$

**Valor presente da
prestação**

$$\mathbf{VPm = PMT \cdot CVPPm}$$

$$\mathbf{VPm = PMT / CVPQm}$$

SAC - Sistema de Amortização Constante (Italiano): valor presente com base nas prestações

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	FVPN - Fator do valor presente (numerador)	FVPD - Fator do valor presente (denominador)	CVPQ - Coeficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	CVPP - Coeficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Valor presente da prestação
0	5					Σ	1.000,00
1	4	300,00	1,4641	1,610510	1,100000	0,909091	272,73
2	3	280,00	1,3310	1,610510	1,210000	0,826446	231,40
3	2	260,00	1,2100	1,610510	1,331000	0,751315	195,34
4	1	240,00	1,1000	1,610510	1,464100	0,683013	163,92
5	0	220,00	1,0000	1,610510	1,610510	0,620921	136,60

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: *Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor jurificado do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações também jurificadas até o momento anterior.*

NUM PARC	PV jurificado	Soma das PMT jurificadas	Juro sobre PV anterior jurificado	Juro sobre soma das PMTs anteriores jurificadas	Cota de juros na prestação	Prestação mensal	Cota de amortização na prestação	Saldo devedor residual
0	1.000,00							1.000,00
1	1.100,00	300,00	100,00	-	100,00	300,00	200,00	800,00
2	1.210,00	610,00	110,00	30,00	80,00	280,00	200,00	600,00
3	1.331,00	931,00	121,00	61,00	60,00	260,00	200,00	400,00
4	1.464,10	1.264,10	133,10	93,10	40,00	240,00	200,00	200,00
5	1.610,51	1.610,51	146,41	126,41	20,00	220,00	200,00	0,00

CAPÍTULO 15 - SAC NOVO, NO SISTEMA FINANCEIRO DE HABITAÇÃO

Recentemente, em casos de financiamentos imobiliários, com o fito de evitar ou prevenir resíduos significativos, ao final do contrato, adotou-se o SAC novo, em que:

a) O valor das doze primeiras parcelas de amortização é estabelecido no ato da contratação, sendo calculado pela divisão do valor financiado pelo prazo de amortização contratado.

b) O (re)cálculo mensal da prestação de amortização e juros é realizado em função do saldo devedor atualizado, taxa de juros predefinida, sistema de amortização e prazo remanescente.

c) O saldo devedor do financiamento será atualizado mensalmente, no dia correspondente ao aniversário do contrato, com base no índice de variação do saldo devedor, geralmente o coeficiente aplicável aos depósitos de poupança do dia correspondente ao vencimento dos encargos mensais.

d) A cada período de 12 meses, na data do aniversário do contrato, o valor das parcelas de amortização da prestação é recalculado pela divisão do saldo devedor atualizado apurado pelo prazo remanescente.

Em um financiamento com prazo de 36 meses, capital inicial PV = 1.000,00, taxa mensal de juros $i\% = 10\%$, considerando os valores exemplificativos na coluna “índice de variação do saldo devedor”:

NUM PARC	SALDO DEVEDOR ANTERIOR (SDA)	Índice de variação do saldo devedor	Saldo devedor corrigido (SDC)	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO (CAm)	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO (CJm)	PRESTAÇÃO MENSAL (PMT)	SALDO DEVEDOR RESIDUAL (SDR)
m	SDm-1	IVSD	SDm-1 . IVSD	CAm = PV / n	CJm = SDC . IVSD	CAm + CJm	SDm = SDm-1 - CAm
0				CAm = Cam-1 . IVSD			1.000,00
1	1.000,00	0,54%	1.005,40	27,78	100,00	127,78	
2	977,47	0,27%	980,11	27,93	100,54	128,47	977,47
3	952,11	0,36%	955,54	28,00	98,01	126,01	952,11
4	927,43	0,17%	929,01	28,10	95,55	123,66	927,43
5	900,86	0,06%	901,40	28,15	92,90	121,05	900,86
6	873,23	0,35%	876,28	28,17	90,14	118,31	873,23
7	848,02	0,98%	856,33	28,27	87,63	115,90	848,02
8	827,78	1,23%	837,97	28,54	85,63	114,18	827,78
9	809,07	0,75%	815,14	28,90	83,80	112,69	809,07
10	786,03	0,66%	791,21	29,11	81,51	110,63	786,03
11	761,91	0,09%	762,60	29,30	79,12	108,43	761,91
12	733,26	0,17%	734,51	29,33	76,26	105,59	733,26
				29,38	73,45	102,83	705,13

NUM PARC	SALDO DEVEDOR ANTERIOR (SDA)	Índice de variação do saldo devedor	Saldo devedor corrigido (SDC)	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO (CAm)	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO (CJm)	PRESTAÇÃO MENSAL (PMT)	SALDO DEVEDOR RESIDUAL (SDR)
m	SDm-1	IVSD	SDm-1 . IVSD	CAm = PV / n	CJm = SDC . IVSD	CAm + CJm	SDm = SDm-1 - CAm
	705,13	dividido por	24	29,38			
13	705,13	0,03%	705,34	29,39	70,53	99,92	675,95
14	675,95	0,34%	678,25	29,49	67,83	97,31	648,76
15	648,76	0,56%	652,40	29,65	65,24	94,89	622,74
16	622,74	0,44%	625,48	29,78	62,55	92,33	595,70
17	595,70	0,32%	597,60	29,88	59,76	89,64	567,72
18	567,72	0,26%	569,20	29,96	56,92	86,88	539,24
19	539,24	0,87%	543,93	30,22	54,39	84,61	513,71
20	513,71	0,36%	515,56	30,33	51,56	81,88	485,24
21	485,24	0,24%	486,40	30,40	48,64	79,04	456,00
22	456,00	0,16%	456,73	30,45	45,67	76,12	426,28
23	426,28	0,99%	430,50	30,75	43,05	73,80	399,75
24	399,75	0,25%	400,75	30,83	40,08	70,90	369,92
	369,92	dividido por	12	30,83			
25	369,92	0,69%	372,48	31,04	37,25	68,29	341,44
26	341,44	0,64%	343,62	31,24	34,36	65,60	312,38
27	312,38	0,35%	313,48	31,35	31,35	62,70	282,13
28	282,13	0,78%	284,33	31,59	28,43	60,03	252,74
29	252,74	0,65%	254,38	31,80	25,44	57,24	222,58
30	222,58	0,37%	223,41	31,92	22,34	54,26	191,49
31	191,49	0,84%	193,10	32,18	19,31	51,49	160,92
32	160,92	0,77%	162,16	32,43	16,22	48,65	129,72
33	129,72	0,55%	130,44	32,61	13,04	45,65	97,83
34	97,83	0,59%	98,41	32,80	9,84	42,64	65,60
35	65,60	0,19%	65,73	32,86	6,57	39,44	32,86
36	32,86	0,57%	33,05	33,05	3,31	36,36	0,00

Com o mesmo objetivo, este sistema poderia ser adotado em casos diversos, tais que o índice ou periodicidade de reajuste das prestações seja diferente da variação do saldo devedor.

CAPÍTULO 16 - SAM – SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO MISTO

É um método de amortização sob o regime de capitalização composta de juros, com prestações decrescentes, em que, com base nos dados de capital inicial, taxa de juros e prazo:

1. A prestação, as cotas de juro e de amortização e o saldo devedor, em cada período, resultam da média aritmética entre os valores destas verbas obtidos no MQJC - Método de Quitação a Juros Compostos (Price) em prestações fixas e periódicas e no SAC - Sistema de Amortização Constante (Italiano) com prestações decrescentes.

SAM - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO MISTO

NUM PARC	PRES- TAÇÃO MQJC	PRES- TAÇÃO SAC JC	PRESTAÇÃO MENSAL SAM	COTA JURO MQJC	COTA JURO SAC JC	COTA JURO NA PRES- TAÇÃO SAM
-------------	------------------------	--------------------------	----------------------------	----------------------	------------------------	------------------------------------

Média PMT
MQJCxSAC

Média CJ
MQJCxSAC

0						
1	263,80	300,00	281,90	100,00	100,00	100,00
2	263,80	280,00	271,90	83,62	80,00	81,81
3	263,80	260,00	261,90	65,60	60,00	62,80
4	263,80	240,00	251,90	45,78	40,00	42,89
5	263,80	220,00	241,90	23,98	20,00	21,99

SAM - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO MISTO

NUM PARC	COTA AMORTI- ZAÇÃO MQJC	COTA AMORTI- ZAÇÃO SAC	COTA AMORTI- ZAÇÃO SAM	SALDO DEVEDOR MQJC	SALDO DEVEDOR SAC JC	SALDO DEVEDOR SAM
-------------	-------------------------------	------------------------------	---------------------------------	--------------------------	----------------------------	-------------------------

Média CA
MQJCxSAC

Média SD
MQJCxSAC

0						1.000,00
1	163,80	200,00	181,90	836,20	800,00	818,10
2	180,18	200,00	190,09	656,03	600,00	628,01
3	198,19	200,00	199,10	457,83	400,00	428,92
4	218,01	200,00	209,01	239,82	200,00	219,91
5	239,82	200,00	219,91	(0,00)	-	(0,00)

2. A cota de juros em cada prestação, também, em cada momento, pode ser obtida pela multiplicação entre o saldo anterior e a taxa de juros. Neste caso, a cota de amortização, crescente, em cada prestação periódica postecipada resulta da diferença entre o valor da prestação e a cota de juros do momento respectivo.

O saldo devedor após o pagamento de cada prestação periódica é a diferença entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização do período.

$$CJ_m = i\% \cdot SD_{m-1}$$

$$CA_m = PMT - J_m$$

$$SD_m = SD_{m-1} - CA_m$$

NUM PARC	PRES- TAÇÃO MQJC	PRES- TAÇÃO SAC JC	PRESTAÇÃO MENSAL SAM	COTA JURO SAM	COTA AMORTI- ZAÇÃO SAM	SALDO DEVEDOR SAM
-------------	------------------------	--------------------------	----------------------------	------------------	------------------------------	-------------------------

Média PMT
MQJCxSAC

0						1.000,00
1	263,80	300,00	281,90	100,00	181,90	818,10
2	263,80	280,00	271,90	81,81	190,09	628,01
3	263,80	260,00	261,90	62,80	199,10	428,92
4	263,80	240,00	251,90	42,89	209,01	219,91
5	263,80	220,00	241,90	21,99	219,91	- 0,00

SAM – Cálculo do valor futuro das prestações e saldos devedores resultantes da diferença entre os valores jurificados do capital inicial e das prestações ocorridas

Da mesma forma que a Tabela Price e o SAC, aplicando exponenciação em cada uma das prestações até o momento “n”, constata-se que o SAM também contempla juros na mesma

intensidade da Tabela Price ou o MQJC – Método de Quitação a Juros Compostos, pois, ao final do prazo “n”, mediante aplicação do fator de capitalização, o valor jurificado da soma das prestações é R\$1.610,51.

$$\sum PMT_{1 \text{ até } n} \cdot (1+i\%)^{1 \text{ até } n}$$

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

SAM - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO MISTO

NUM PARC	PRESTAÇÃO (MÉDIA MQJC x SAC)	PRESTAÇÕES VINCENDAS	$\sum PMT$ NO INSTANTE N (exp)
0			1.610,51
1	281,90	$(1 + 10,00\%)^5 - 1 = 1,4641$	412,73
2	271,90	$(1 + 10,00\%)^5 - 2 = 1,3310$	361,90
3	261,90	$(1 + 10,00\%)^5 - 3 = 1,2100$	316,90
4	251,90	$(1 + 10,00\%)^5 - 4 = 1,1000$	277,09
5	241,90	$(1 + 10,00\%)^5 - 5 = 1,0000$	241,90

Ao mesmo tempo, se, em cada momento, for feito o cotejo entre os valores “jurificados” do capital inicial e a soma das prestações ocorridas até então, os saldos devedores são exatamente iguais aos obtidos na forma retro exposta.

$$FV = PV \cdot (1+i\%)^m$$

$$\sum PMT_{1 \text{ até } n} \cdot (1+i\%)^{m \text{ até } n}$$

$$SDm = FVm - \Sigma PMT$$

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

SAM - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO MISTO

NUM PARC	PV jurificado	Soma PMT jurificadas	Saldo devedor = PV jurificado - Σ PMT jurificadas
0	1.000,00		1.000,00
1	1.100,00	281,90	818,10
2	1.210,00	581,99	628,01
3	1.331,00	902,08	428,92
4	1.464,10	1.244,19	219,91
5	1.610,51	1.610,51	0,00

Também, a soma das prestações “desjurificadas” de forma composta, para o instante zero, é exatamente igual ao valor principal, R\$1.000,00, restando demonstrado que o SAM contempla juros compostos.

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: A cota de juros contida na primeira prestação deve ser **SEMPRE** resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial jurificado até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.

$$CJ_1 = PV \cdot i\%$$

$$CJ_1 = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 100,00$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.

FVPN - Fator do valor presente (numerador)
$FVPN_m = 1 + i\%^{n-m}$

FVPD - Fator do valor presente (denominador)
$FVPD = 1 + i\%^n$

CVPQ - Coeficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)
$1 + i\%^m$
$CVPQ_m = FVPD / FVPN_m$

CVPP - Coeficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)
$1 / 1 + i\%^m$
$CVPP_m = FVPN_m / FVPD$

Valor presente da prestação
$VP_m = PMT \cdot CVPP_m$
$VP_m = PMT / CVPQ_m$

SAM - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO MISTO: Valor presente com base nas prestações

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	FVPN	FVPD	CV PQ	CV PP	Valor presente da prestação
0	5				Σ		1.000,00
1	4	281,90	1,4641	1,610510	1,100000	0,909091	256,27
2	3	271,90	1,3310	1,610510	1,210000	0,826446	224,71
3	2	261,90	1,2100	1,610510	1,331000	0,751315	196,77
4	1	251,90	1,1000	1,610510	1,464100	0,683013	172,05
5	0	241,90	1,0000	1,610510	1,610510	0,620921	150,20

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor jurificado do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações também jurificadas até o momento anterior.

NUM PARC	PV jurificado	Soma PMT jurificadas	Juro sobre PV anterior jurificado	Juro sobre soma das PMTs anteriores	Cota de juros na prestação	Prestação mensal	Cota de amortização na prestação	Saldo devedor residual
0	1.000,00							1.000,00
1	1.100,00	281,90	100,00	-	100,00	281,90	181,90	818,10
2	1.210,00	581,99	110,00	28,19	81,81	271,90	190,09	628,01
3	1.331,00	902,08	121,00	58,20	62,80	261,90	199,10	428,92
4	1.464,10	1.244,19	133,10	90,21	42,89	251,90	209,01	219,91
5	1.610,51	1.610,51	146,41	124,42	21,99	241,90	219,91	0,00

CAPÍTULO 17 - SAA - SISTEMA AMERICANO DE AMORTIZAÇÃO (BULLET)

Também denominado “Bullet”, é um método de amortização sob o regime de capitalização composta de juros, em que:

1. As cotas de juros são pagas ao final de cada período do prazo do contrato, do primeiro ao último;
2. O valor principal ou capital inicial emprestado é pago somente ao final do prazo concedido;
3. O saldo devedor inicial ou valor presente permanece no mesmo valor, do primeiro ao penúltimo período, sendo totalmente quitado na última parcela.

SAA – Cálculo dos valores dos pagamentos, valor futuro das prestações e saldos devedores

SAA - Sistema Americano de Amortização

NUM PARC	SALDO DEVEDOR ANTERIOR	AMORTI- ZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	JURO NA PRESTAÇÃO	PRESTAÇÃO MENSAL	SALDO DEVEDOR RESIDUAL
0					1.000,00
1	1.000,00	-	100,00	100,00	1.000,00
2	1.000,00	-	100,00	100,00	1.000,00
3	1.000,00	-	100,00	100,00	1.000,00
4	1.000,00	-	100,00	100,00	1.000,00
5	1.000,00	1.000,00	100,00	1.100,00	-

$$CJ_m = i\% \cdot SD_{m-1}$$

$$CA = PV \text{ em } n$$

$$C_{Am} + C_{Jm}$$

$$SD_m = SD_{m-1} - C_{Am}$$

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

Da mesma forma que a Tabela Price, o SAC e o SAM, aplicando exponenciação em cada uma das prestações até o momento “n”, constata-se que o SAA também contempla juros na mesma intensidade do MQJC – Método de Quitação a Juros Compostos, pois, ao final do prazo “n”, mediante aplicação do fator de capitalização, o valor jurificado da soma das prestações é R\$1.610,51.

SAA - Sistema Americano de Amortização

NUM PARC	PRESTAÇÃO MENSAL	PRESTAÇÕES VINCENDAS	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
0			1.610,51
1	100,00	$(1 + 10,00\%)^5 - 1 = 1,4641$	146,41
2	100,00	$(1 + 10,00\%)^4 - 1 = 1,3310$	133,10
3	100,00	$(1 + 10,00\%)^3 - 1 = 1,2100$	121,00
4	100,00	$(1 + 10,00\%)^2 - 1 = 1,1000$	110,00
5	1.100,00	$(1 + 10,00\%)^1 - 1 = 1,0000$	1.100,00

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

Ao mesmo tempo, se, em cada momento, for feito o cotejo entre os valores “jurificados” do capital inicial e a soma das prestações ocorridas até então, os saldos devedores são exatamente iguais aos obtidos na forma retro exposta.

$$FV = PV \cdot (1+i\%)^m$$

$$\Sigma PMT_{1 \text{ até } n} \cdot (1+i\%)^m \text{ até } n$$

$$SD_m = FV_m - \Sigma PMT$$

SAA - Sistema Americano de Amortização

NUM PARC	PV "jurificado"	Soma PMT "jurificadas"	Saldo devedor = PV jurificado - Σ PMT jurificado
0			
1	1.100,00	100,00	1.000,00
2	1.210,00	210,00	1.000,00
3	1.331,00	331,00	1.000,00
4	1.464,10	464,10	1.000,00
5	1.610,51	1.610,51	0,00

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: A cota de juros contida na primeira prestação deve ser **SEMPRE** resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial jurificado até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.

$$CJ_1 = PV \cdot i\%$$

$$CJ_1 = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 100,00$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.

SAA – Cálculo do valor atual das prestações

A soma das parcelas pagas, desjurificadas de forma composta, para o instante zero, também é exatamente igual ao valor principal, R\$1.000,00, restando demonstrado que o SAA contempla juros compostos, com a mesma intensidade do CJC.

FVPN - Fator do
valor presente
(numerador)

$$FVPN_m = 1 + i\%^{n-m}$$

FVPD - Fator do
valor presente
(denominador)

$$FVPD = 1 + i\%^n$$

CV PQ - Coeficiente inverso
do valor presente
(dividendo; divisor;
quociente)

$$1+i\%m$$

$$CVPQm = FVPD / FVPNm$$

CV PP - Coeficiente do
valor presente
(multiplicando;
multiplicador; produto)

$$1 / 1+i\%m$$

$$CVPPm = FVPNm / FVPD$$

Valor presente da
prestação

$$VPm = PMT \cdot CVPPm$$

$$VPm = PMT / CVPQm$$

SAA - SISTEMA AMERICANO DE AMORTIZAÇÃO

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	FVPN	FVPD	CVPP	CVPQ	Valor presente da prestação
0	5					Σ	1.000,00
1	4	100,00	1,4641	1,610510	0,909091	1,100000	90,91
2	3	100,00	1,3310	1,610510	0,826446	1,210000	82,64
3	2	100,00	1,2100	1,610510	0,751315	1,331000	75,13
4	1	100,00	1,1000	1,610510	0,683013	1,464100	68,30
5	0	1.100,00	1,0000	1,610510	0,620921	1,610510	683,01

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor jurificado do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações também jurificadas até o momento anterior.

NUM PARC	PV "jurificado"	Soma PMT "jurificadas"	Juro sobre PV anterior jurificado	Juro sobre soma das PMTs anteriores jurificadas	Cota de juros na prestação	Prestação mensal	Cota de amortização na prestação	Saldo devedor residual
0	1.000,00							1.000,00
1	1.100,00	100,00	100,00	-	100,00	100,00	-	1.000,00
2	1.210,00	210,00	110,00	10,00	100,00	100,00	-	1.000,00
3	1.331,00	331,00	121,00	21,00	100,00	100,00	- 0,00	1.000,00
4	1.464,10	464,10	133,10	33,10	100,00	100,00	- 0,00	1.000,00
5	1.610,51	1.610,51	146,41	46,41	100,00	1.100,00	1.000,00	-

CAPÍTULO 18 - SACRE - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CRESCENTE

O SACRE é um sistema de amortização derivado do SAC, adotado para financiamentos imobiliários com prazo superior a 12 meses, sob o regime de capitalização composta de juros, em que, com base nos dados de capital inicial, taxa de juros e prazo:

1. A primeira prestação periódica postecipada é igual ao quociente entre o capital inicial e o prazo total do contrato, acrescido do produto entre o capital inicial e taxa de juros.

$$PMT = \frac{PV}{n} + PV \cdot i\%$$

2. O valor da primeira prestação se mantém fixo nos 11 meses seguintes.

3. A cota de juros em cada prestação é sempre igual ao produto entre o saldo devedor anterior e a taxa de juros contratada.

4. A cota de amortização em cada prestação resulta da diferença entre o valor da prestação e a cota de juros respectiva.

5. O saldo devedor de cada momento é igual ao saldo devedor anterior deduzido da cota de amortização.

6. Após cada ano, o valor da primeira prestação do ano seguinte resulta da divisão entre o saldo devedor ao final do ano anterior e o número de períodos restantes para cumprir o prazo total “n”. Nos 11 meses seguintes, mantém-se inalterado o valor da prestação.

7. A quitação do empréstimo ocorre de forma mais acelerada do que os sistemas de amortização anteriores, e é possível que, antes do prazo “n”, o saldo devedor seja menor do que a prestação, e, neste caso, a última prestação será igual ao saldo devedor anterior à ocorrência em tela acrescido da cota de juro respectiva, resultando em saldo devedor “zero”.

Se o financiamento de R\$1.000,00, a 10% ao mês, fosse feito para ser resgatado em uma única parcela, ao final de 36 meses, o valor futuro

$$FV = 1.000,00 \times (1+10\%)^{36}$$

seria de R\$30.912,68.

Para pagamento em prestações mensais, pelo SACRE:

SACRE - Sistema de Amortização Crescente

NUM PARC	JURO NA PRESTAÇÃO	PRESTAÇÃO MENSAL	AMORTI- ZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR RESIDUAL
0				1.000,00
1	100,00	127,78	27,78	972,22
2	97,22	127,78	30,56	941,67
3	94,17	127,78	33,61	908,06
4	90,81	127,78	36,97	871,08
5	87,11	127,78	40,67	830,41
6	83,04	127,78	44,74	785,68
7	78,57	127,78	49,21	736,47
8	73,65	127,78	54,13	682,34
9	68,23	127,78	59,54	622,79
10	62,28	127,78	65,50	557,29
11	55,73	127,78	72,05	485,25
12	48,52	127,78	79,25	405,99
13	40,60	57,52	16,92	389,08
14	38,91	57,52	18,61	370,47
15	37,05	57,52	20,47	350,00
16	35,00	57,52	22,52	327,48
17	32,75	57,52	24,77	302,72
18	30,27	57,52	27,24	275,47
19	27,55	57,52	29,97	245,50
20	24,55	57,52	32,97	212,54
21	21,25	57,52	36,26	176,28
22	17,63	57,52	39,89	136,39
23	13,64	57,52	43,88	92,51
24	9,25	57,52	48,26	44,25
25	4,42	8,11	3,69	40,56
26	4,06	8,11	4,06	36,50
27	3,65	8,11	4,46	32,04
28	3,20	8,11	4,91	27,14
29	2,71	8,11	5,40	21,74
30	2,17	8,11	5,94	15,80
31	1,58	8,11	6,53	9,27
32	0,93	8,11	7,19	2,08
33	0,21	2,29	2,08	-
34	-	-	-	-
35	-	-	-	-
36	-	-	-	-

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

Aplicando exponenciação em cada uma das prestações até o momento “n”, constata-se que o SACRE também contempla juros, com a mesma intensidade do que o Método de Quitação a Juros Compostos, do SAC, do SAM e do SAA, cujo valor futuro sempre será R\$30.912,68.

SACRE - Sistema de Amortização Crescente

NUM PARC	PRESTAÇÃO MENSAL	PRESTAÇÕES VINCENDAS	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
0			30.912,68
1	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 1) = 28,1024	3.590,87
2	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 2) = 25,5477	3.264,42
3	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 3) = 23,2252	2.967,66
4	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 4) = 21,1138	2.697,87
5	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 5) = 19,1943	2.452,61
6	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 6) = 17,4494	2.229,65
7	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 7) = 15,8631	2.026,95
8	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 8) = 14,4210	1.842,68
9	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 9) = 13,1100	1.675,17
10	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 10) = 11,9182	1.522,88
11	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 11) = 10,8347	1.384,43
12	127,78	(1 + 10,00%) ^ (36 - 12) = 9,8497	1.258,58
13	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 13) = 8,9543	515,01
14	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 14) = 8,1403	468,19
15	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 15) = 7,4002	425,63
16	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 16) = 6,7275	386,94
17	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 17) = 6,1159	351,76
18	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 18) = 5,5599	319,78
19	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 19) = 5,0545	290,71
20	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 20) = 4,5950	264,28
21	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 21) = 4,1772	240,26
22	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 22) = 3,7975	218,42
23	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 23) = 3,4523	198,56
24	57,52	(1 + 10,00%) ^ (36 - 24) = 3,1384	180,51
25	8,11	(1 + 10,00%) ^ (36 - 25) = 2,8531	23,15
26	8,11	(1 + 10,00%) ^ (36 - 26) = 2,5937	21,04
27	8,11	(1 + 10,00%) ^ (36 - 27) = 2,3579	19,13
28	8,11	(1 + 10,00%) ^ (36 - 28) = 2,1436	17,39
29	8,11	(1 + 10,00%) ^ (36 - 29) = 1,9487	15,81
30	8,11	(1 + 10,00%) ^ (36 - 30) = 1,7716	14,37
31	8,11	(1 + 10,00%) ^ (36 - 31) = 1,6105	13,06
32	8,11	(1 + 10,00%) ^ (36 - 32) = 1,4641	11,88
33	2,29	(1 + 10,00%) ^ (36 - 33) = 1,3310	3,05
34	-	(1 + 10,00%) ^ (36 - 34) = 1,2100	-
35	-	(1 + 10,00%) ^ (36 - 35) = 1,1000	-
36	-	(1 + 10,00%) ^ (36 - 36) = 1,0000	-

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: *Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.*

Ao mesmo tempo, se, em cada momento, for feito o cotejo entre os valores “jurificados” do capital inicial e a soma das prestações ocorridas até então, os saldos devedores são exatamente iguais aos obtidos na forma retro exposta.

SACRE - Sistema de Amortização Crescente

NUM PARC	PV jurificado	Soma PMT jurificadas	Saldo devedor = PV jurificado - Σ PMT jurificadas
0	1.000,00		
1	1.100,00	127,78	972,22
2	1.210,00	268,33	941,67
3	1.331,00	422,94	908,06
4	1.464,10	593,02	871,08
5	1.610,51	780,10	830,41
6	1.771,56	985,88	785,68
7	1.948,72	1.212,25	736,47
8	2.143,59	1.461,25	682,34
9	2.357,95	1.735,16	622,79
10	2.593,74	2.036,45	557,29
11	2.853,12	2.367,87	485,25
12	3.138,43	2.732,44	405,99
13	3.452,27	3.063,20	389,08
14	3.797,50	3.427,03	370,47
15	4.177,25	3.827,25	350,00
16	4.594,97	4.267,49	327,48
17	5.054,47	4.751,75	302,72
18	5.559,92	5.284,45	275,47
19	6.115,91	5.870,41	245,50
20	6.727,50	6.514,96	212,54
21	7.400,25	7.223,97	176,28
22	8.140,27	8.003,89	136,39
23	8.954,30	8.861,79	92,51
24	9.849,73	9.805,48	44,25
25	10.834,71	10.794,14	40,56
26	11.918,18	11.881,67	36,50
27	13.109,99	13.077,95	32,04
28	14.420,99	14.393,86	27,14
29	15.863,09	15.841,36	21,74
30	17.449,40	17.433,60	15,80
31	19.194,34	19.185,08	9,27
32	21.113,78	21.111,70	2,08
33	23.225,15	23.225,15	0,00
34	25.547,67	25.547,67	0,00
35	28.102,44	28.102,44	0,00
36	30.912,68	30.912,68	0,00

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial jurificado até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.*

$$CJ_1 = PV \cdot i\%$$

$$CJ_1 = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 100,00$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.*

A soma das prestações “desjurificadas” de forma composta, para o instante zero, também é exatamente igual ao valor principal, R\$1.000,00, restando demonstrado que o SACRE contempla juros compostos, com a mesma intensidade do MQJC.

FVPN - Fator do
valor presente
(numerador)

$$FVPN_m = 1 + i\%^{n-m}$$

FVPD - Fator do
valor presente
(denominador)

$$FVPD = 1 + i\%^n$$

CVPQ - Coeficiente inverso
do valor presente
(dividendo; divisor;
quociente)

$$1 + i\%^m$$

$$CVPQ_m = FVPD / FVPN_m$$

CVPP - Coeficiente do
valor presente
(multiplicando;
multiplicador; produto)

$$1 / 1 + i\%^m$$

$$CVPP_m = FVPN_m / FVPD$$

Valor presente da
prestação

$$VP_m = PMT \cdot CVPP_m$$

$$VP_m = PMT / CVPQ_m$$

SACRE: valor presente a partir das prestações periódicas

NUM PARC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator parcial do valor presente a juros	Fator total do valor presente a juros compostos (denominador)	Fator do valor presente a juros compostos (multiplicador)	Inverso (divisor)	Valor presente da prestação a juros compostos
36					Σ	1.000,00
0						PMT / FVP
1	127,78	28,102437	30,912681	0,909091	1,100000	116,16
2	127,78	25,547670	30,912681	0,826446	1,210000	105,60
3	127,78	23,225154	30,912681	0,751315	1,331000	96,00
4	127,78	21,113777	30,912681	0,683013	1,464100	87,27
5	127,78	19,194342	30,912681	0,620921	1,610510	79,34
6	127,78	17,449402	30,912681	0,564474	1,771561	72,13
7	127,78	15,863093	30,912681	0,513158	1,948717	65,57
8	127,78	14,420994	30,912681	0,466507	2,143589	59,61
9	127,78	13,109994	30,912681	0,424098	2,357948	54,19
10	127,78	11,918177	30,912681	0,385543	2,593742	49,26
11	127,78	10,834706	30,912681	0,350494	2,853117	44,79
12	127,78	9,849733	30,912681	0,318631	3,138428	40,71
13	57,52	8,954302	30,912681	0,289664	3,452271	16,66
14	57,52	8,140275	30,912681	0,263331	3,797498	15,15
15	57,52	7,400250	30,912681	0,239392	4,177248	13,77
16	57,52	6,727500	30,912681	0,217629	4,594973	12,52
17	57,52	6,115909	30,912681	0,197845	5,054470	11,38
18	57,52	5,559917	30,912681	0,179859	5,559917	10,34
19	57,52	5,054470	30,912681	0,163508	6,115909	9,40
20	57,52	4,594973	30,912681	0,148644	6,727500	8,55
21	57,52	4,177248	30,912681	0,135131	7,400250	7,77
22	57,52	3,797498	30,912681	0,122846	8,140275	7,07
23	57,52	3,452271	30,912681	0,111678	8,954302	6,42
24	57,52	3,138428	30,912681	0,101526	9,849733	5,84
25	8,11	2,853117	30,912681	0,092296	10,834706	0,75
26	8,11	2,593742	30,912681	0,083905	11,918177	0,68
27	8,11	2,357948	30,912681	0,076278	13,109994	0,62
28	8,11	2,143589	30,912681	0,069343	14,420994	0,56
29	8,11	1,948717	30,912681	0,063039	15,863093	0,51
30	8,11	1,771561	30,912681	0,057309	17,449402	0,46
31	8,11	1,610510	30,912681	0,052099	19,194342	0,42
32	8,11	1,464100	30,912681	0,047362	21,113777	0,38
33	2,29	1,331000	30,912681	0,043057	23,225154	0,10
34	-	1,210000	30,912681	0,039143	25,547670	-
35	-	1,100000	30,912681	0,035584	28,102437	-
36	-	1,000000	30,912681	0,032349	30,912681	-

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor jurificado do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações também jurificadas até o momento anterior.

NUM PARC	PV jurificado	Soma PMT jurificadas	Juro sobre PV anterior jurificado	Juro sobre soma das PMTs anteriores jurificadas	Cota de juros na prestação	Prestação mensal	Cota de amortização na prestação	Saldo devedor residual
0	1.000,00							1.000,00
1	1.100,00	127,78	100,00	-	100,00	127,78	27,78	972,22
2	1.210,00	268,33	110,00	12,78	97,22	127,78	30,56	941,67
3	1.331,00	422,94	121,00	26,83	94,17	127,78	33,61	908,06
4	1.464,10	593,02	133,10	42,29	90,81	127,78	36,97	871,08
5	1.610,51	780,10	146,41	59,30	87,11	127,78	40,67	830,41
6	1.771,56	985,88	161,05	78,01	83,04	127,78	44,74	785,68
7	1.948,72	1.212,25	177,16	98,59	78,57	127,78	49,21	736,47
8	2.143,59	1.461,25	194,87	121,22	73,65	127,78	54,13	682,34
9	2.357,95	1.735,16	214,36	146,13	68,23	127,78	59,54	622,79
10	2.593,74	2.036,45	235,79	173,52	62,28	127,78	65,50	557,29
11	2.853,12	2.367,87	259,37	203,64	55,73	127,78	72,05	485,25
12	3.138,43	2.732,44	285,31	236,79	48,52	127,78	79,25	405,99
13	3.452,27	3.063,20	313,84	273,24	40,60	57,52	16,92	389,08
14	3.797,50	3.427,03	345,23	306,32	38,91	57,52	18,61	370,47
15	4.177,25	3.827,25	379,75	342,70	37,05	57,52	20,47	350,00
16	4.594,97	4.267,49	417,72	382,72	35,00	57,52	22,52	327,48
17	5.054,47	4.751,75	459,50	426,75	32,75	57,52	24,77	302,72
18	5.559,92	5.284,45	505,45	475,18	30,27	57,52	27,24	275,47
19	6.115,91	5.870,41	555,99	528,44	27,55	57,52	29,97	245,50
20	6.727,50	6.514,96	611,59	587,04	24,55	57,52	32,97	212,54
21	7.400,25	7.223,97	672,75	651,50	21,25	57,52	36,26	176,28
22	8.140,27	8.003,89	740,02	722,40	17,63	57,52	39,89	136,39
23	8.954,30	8.861,79	814,03	800,39	13,64	57,52	43,88	92,51
24	9.849,73	9.805,48	895,43	886,18	9,25	57,52	48,26	44,25
25	10.834,71	10.794,14	984,97	980,55	4,42	8,11	3,69	40,56
26	11.918,18	11.881,67	1.083,47	1.079,41	4,06	8,11	4,06	36,50
27	13.109,99	13.077,95	1.191,82	1.188,17	3,65	8,11	4,46	32,04
28	14.420,99	14.393,86	1.311,00	1.307,80	3,20	8,11	4,91	27,14
29	15.863,09	15.841,36	1.442,10	1.439,39	2,71	8,11	5,40	21,74
30	17.449,40	17.433,60	1.586,31	1.584,14	2,17	8,11	5,94	15,80
31	19.194,34	19.185,08	1.744,94	1.743,36	1,58	8,11	6,53	9,27
32	21.113,78	21.111,70	1.919,43	1.918,51	0,93	8,11	7,19	2,08
33	23.225,15	23.225,15	2.111,38	2.111,17	0,21	2,29	2,08	- 0,00
34	25.547,67	25.547,67	2.322,52	2.322,52	- 0,00	-	0,00	- 0,00
35	28.102,44	28.102,44	2.554,77	2.554,77	- 0,00	-	0,00	- 0,00
36	30.912,68	30.912,68	2.810,24	2.810,24	- 0,00	-	0,00	- 0,00

CAPÍTULO 19 - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO EM GRADIENTE

É um sistema aplicado em financiamento imobiliário, criado pelas Leis 7.747/89 e 7.764/89, e Decreto 97.840/89), derivado e equivalente à Tabela Price, no qual, o valor das 12 primeiras prestações é reduzido em um percentual combinado entre as partes (até o limite de comprometimento de renda), e, para compensar o descompasso que tal redução causa, paga-se, nas prestações posteriores, um acréscimo cumulativo (razão de progressão).

Um financiamento de 1.000,00, para ser resgatado em 25 meses, à taxa mensal de 10%, capitalizada de forma composta, com redutor de 30% nas 12 primeiras prestações, gradiente a ser recuperado gradativamente nas 13 parcelas restantes, tem o plano de amortização a seguir.

$$\text{PMTprice} = \frac{\text{PV} \cdot i\%}{1 - [(1 + i\%)^{-n}]}$$

$$\text{PMTprice} = 110,17$$

$$\text{PMTgrad} = \text{PMTprice} \cdot (1 - \text{redutor})$$

$$\text{PMTgrad} = 77,12$$

$$\text{COEFgrad} = \frac{(1 + i\%)^{n_{\text{TOTAL}}} \cdot i\% \cdot \text{redutor}}{[(1 + i\%)^{n_{\text{QTDEgrad}}} - 1] \cdot (1 + i\%) - n_{\text{QTDEgrad}} \cdot i\%}$$

$$\text{COEFgrad} = 0,023258788$$

$$\text{Valor do gradiente} = \text{PV} \cdot \text{COEFgrad}$$

$$\text{GRAD} = 23,258788$$

Prazo	PMT Grad	Razão (valor do gradiente)	Razão cumu- lativa	PMT efetiva	Cota de juro	Cota de amor- tização	Saldo devedor
0							1.000,00
1	77,12		-	77,12	100,00	- 22,88	1.022,88
2	77,12		-	77,12	102,29	- 25,17	1.048,05
3	77,12		-	77,12	104,81	- 27,69	1.075,74
4	77,12		-	77,12	107,57	- 30,46	1.106,20
5	77,12		-	77,12	110,62	- 33,50	1.139,70
6	77,12		-	77,12	113,97	- 36,85	1.176,55
7	77,12		-	77,12	117,66	- 40,54	1.217,09
8	77,12		-	77,12	121,71	- 44,59	1.261,68
9	77,12		-	77,12	126,17	- 49,05	1.310,73
10	77,12		-	77,12	131,07	- 53,96	1.364,69
11	77,12		-	77,12	136,47	- 59,35	1.424,04
12	77,12		-	77,12	142,40	- 65,29	1.489,32
13	77,12	23,26	23,26	100,38	148,93	- 48,56	1.537,88
14	77,12	23,26	46,52	123,64	153,79	- 30,15	1.568,03
15	77,12	23,26	69,78	146,89	156,80	- 9,91	1.577,94
16	77,12	23,26	93,04	170,15	157,79	12,36	1.565,58
17	77,12	23,26	116,29	193,41	156,56	36,85	1.528,73
18	77,12	23,26	139,55	216,67	152,87	63,80	1.464,93
19	77,12	23,26	162,81	239,93	146,49	93,44	1.371,49
20	77,12	23,26	186,07	263,19	137,15	126,04	1.245,46
21	77,12	23,26	209,33	286,45	124,55	161,90	1.083,55
22	77,12	23,26	232,59	309,71	108,36	201,35	882,20
23	77,12	23,26	255,85	332,96	88,22	244,74	637,46
24	77,12	23,26	279,11	356,22	63,75	292,48	344,98
25	77,12	23,26	302,36	379,48	34,50	344,98	0,00

O encontro de contas entre os valores “jurificados” do capital inicial e a soma das prestações anteriores comprova que, pela regra do valor do dinheiro no tempo, o Método Gradiente equivale à Tabela Price, ou seja, ambos contemplam a incidência de juros compostos, na mesma intensidade.

$$FV = 1.000,00 \times (1+10\%)^{25}$$

$$FV = 10.834,71$$

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.*

Num	PMT efetiva	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
0		10.834,71
1	77,12	759,59
2	77,12	690,53
3	77,12	627,76
4	77,12	570,69
5	77,12	518,81
6	77,12	471,64
7	77,12	428,77
8	77,12	389,79
9	77,12	354,35
10	77,12	322,14
11	77,12	292,85
12	77,12	266,23
13	100,38	315,02
14	123,64	352,75
15	146,89	381,01
16	170,15	401,21
17	193,41	414,59
18	216,67	422,23
19	239,93	425,05
20	263,19	423,87
21	286,45	419,39
22	309,71	412,22
23	332,96	402,89
24	356,22	391,85
25	379,48	379,48

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: *Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.*

Num	PV jurificado	Soma PMT jurificadas	Saldo devedor = PV jurificado - Σ PMT jurificadas
0	1.000,00		
1	1.100,00	77,12	1.022,88
2	1.210,00	161,95	1.048,05
3	1.331,00	255,26	1.075,74
4	1.464,10	357,90	1.106,20
5	1.610,51	470,81	1.139,70
6	1.771,56	595,01	1.176,55
7	1.948,72	731,63	1.217,09
8	2.143,59	881,91	1.261,68
9	2.357,95	1.047,22	1.310,73
10	2.593,74	1.229,06	1.364,69
11	2.853,12	1.429,08	1.424,04
12	3.138,43	1.649,11	1.489,32
13	3.452,27	1.914,39	1.537,88
14	3.797,50	2.229,47	1.568,03
15	4.177,25	2.599,31	1.577,94
16	4.594,97	3.029,39	1.565,58
17	5.054,47	3.525,74	1.528,73
18	5.559,92	4.094,99	1.464,93
19	6.115,91	4.744,41	1.371,49
20	6.727,50	5.482,04	1.245,46
21	7.400,25	6.316,70	1.083,55
22	8.140,27	7.258,07	882,20
23	8.954,30	8.316,84	637,46
24	9.849,73	9.504,75	344,98
25	10.834,71	10.834,71	0,00

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial jurificado até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.*

$$CJ_1 = PV \cdot i\%$$

$$CJ_1 = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 100,00$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.*

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	FVPN - Fator do valor presente (numerador)	FVPD - Fator do valor presente (denominador)	CVPQ - Coeficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	CVPP - Coeficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Valor presente da prestação
0	25					Σ	1.000,00
1	24	77,12	9,8497	10,834706	1,100000	0,909091	70,11
2	23	77,12	8,9543	10,834706	1,210000	0,826446	63,73
3	22	77,12	8,1403	10,834706	1,331000	0,751315	57,94
4	21	77,12	7,4002	10,834706	1,464100	0,683013	52,67
5	20	77,12	6,7275	10,834706	1,610510	0,620921	47,88
6	19	77,12	6,1159	10,834706	1,771561	0,564474	43,53
7	18	77,12	5,5599	10,834706	1,948717	0,513158	39,57
8	17	77,12	5,0545	10,834706	2,143589	0,466507	35,98
9	16	77,12	4,5950	10,834706	2,357948	0,424098	32,71
10	15	77,12	4,1772	10,834706	2,593742	0,385543	29,73
11	14	77,12	3,7975	10,834706	2,853117	0,350494	27,03
12	13	77,12	3,4523	10,834706	3,138428	0,318631	24,57
13	12	100,38	3,1384	10,834706	3,452271	0,289664	29,08
14	11	123,64	2,8531	10,834706	3,797498	0,263331	32,56
15	10	146,89	2,5937	10,834706	4,177248	0,239392	35,17
16	9	170,15	2,3579	10,834706	4,594973	0,217629	37,03
17	8	193,41	2,1436	10,834706	5,054470	0,197845	38,27
18	7	216,67	1,9487	10,834706	5,559917	0,179859	38,97
19	6	239,93	1,7716	10,834706	6,115909	0,163508	39,23
20	5	263,19	1,6105	10,834706	6,727500	0,148644	39,12
21	4	286,45	1,4641	10,834706	7,400250	0,135131	38,71
22	3	309,71	1,3310	10,834706	8,140275	0,122846	38,05
23	2	332,96	1,2100	10,834706	8,954302	0,111678	37,18
24	1	356,22	1,1000	10,834706	9,849733	0,101526	36,17
25	0	379,48	1,0000	10,834706	10,834706	0,092296	35,02

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor jurificado do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações também jurificadas até o momento anterior.

Num	PV jurificado	Soma PMT jurificadas	Juro sobre PV anterior jurificado	Juro sobre soma das PMTs anteriores jurificadas	Cota de juros na prestação	Prestação mensal	Cota de amortização na prestação	Saldo devedor residual
0	1.000,00							1.000,00
1	1.100,00	77,12	100,00	-	100,00	77,12	- 22,88	1.022,88
2	1.210,00	161,95	110,00	7,71	102,29	77,12	- 25,17	1.048,05
3	1.331,00	255,26	121,00	16,19	104,81	77,12	- 27,69	1.075,74
4	1.464,10	357,90	133,10	25,53	107,57	77,12	- 30,46	1.106,20
5	1.610,51	470,81	146,41	35,79	110,62	77,12	- 33,50	1.139,70
6	1.771,56	595,01	161,05	47,08	113,97	77,12	- 36,85	1.176,55
7	1.948,72	731,63	177,16	59,50	117,66	77,12	- 40,54	1.217,09
8	2.143,59	881,91	194,87	73,16	121,71	77,12	- 44,59	1.261,68
9	2.357,95	1.047,22	214,36	88,19	126,17	77,12	- 49,05	1.310,73
10	2.593,74	1.229,06	235,79	104,72	131,07	77,12	- 53,96	1.364,69
11	2.853,12	1.429,08	259,37	122,91	136,47	77,12	- 59,35	1.424,04
12	3.138,43	1.649,11	285,31	142,91	142,40	77,12	- 65,29	1.489,32
13	3.452,27	1.914,39	313,84	164,91	148,93	100,38	- 48,56	1.537,88
14	3.797,50	2.229,47	345,23	191,44	153,79	123,64	- 30,15	1.568,03
15	4.177,25	2.599,31	379,75	222,95	156,80	146,89	- 9,91	1.577,94
16	4.594,97	3.029,39	417,72	259,93	157,79	170,15	12,36	1.565,58
17	5.054,47	3.525,74	459,50	302,94	156,56	193,41	36,85	1.528,73
18	5.559,92	4.094,99	505,45	352,57	152,87	216,67	63,80	1.464,93
19	6.115,91	4.744,41	555,99	409,50	146,49	239,93	93,44	1.371,49
20	6.727,50	5.482,04	611,59	474,44	137,15	263,19	126,04	1.245,46
21	7.400,25	6.316,70	672,75	548,20	124,55	286,45	161,90	1.083,55
22	8.140,27	7.258,07	740,02	631,67	108,36	309,71	201,35	882,20
23	8.954,30	8.316,84	814,03	725,81	88,22	332,96	244,74	637,46
24	9.849,73	9.504,75	895,43	831,68	63,75	356,22	292,48	344,98
25	10.834,71	10.834,71	984,97	950,47	34,50	379,48	344,98	0,00

CAPÍTULO 20 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NA QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS NO MQJC - SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES

É um método de amortização sob o regime de capitalização composta de juros, com prestações não periódicas postecipadas (PMT_{JCD}), de igual valor entre si, mediante capitalização diária, computada em dias entre datas, a partir dos dados de capital inicial (PV), taxa de juros ($i\%$) e prazo (n):

1. Determina-se o coeficiente diário de capitalização (cD), com base no mês de 30 dias, através da fórmula $(1+i\%)^{(1/30)}$; a taxa diária será igual à subtração entre o coeficiente diário e a unidade 1, expressa em percentagem
2. Calcula-se o número de dias (ND) entre todas as datas consecutivas do prazo
3. Faz-se a contagem do número de dias do prazo (ND) entre a primeira, desde o instante inicial, e a última data
4. Calcula-se o valor futuro pela aplicação da fórmula

$$FV = PV \cdot [(1 + i\%d)^{ND}]$$
5. Em cada data de vencimento, calcula-se o número de dias decorridos desde o início, e, também, o coeficiente acumulado de juros diários entre a primeira data e as seguintes, até a última
6. O valor futuro também pode ser calculado mediante multiplicação do valor do capital inicial pelo coeficiente acumulado de juros diários na última data do prazo
7. Calcula-se o coeficiente de jurificação de cada prestação (incógnita) entre cada respectiva data de ocorrência, a partir da primeira, até a última data do prazo
8. O coeficiente total do financiamento é igual à soma destes coeficientes parciais de jurificação das prestações
9. O valor da prestação não periódica postecipada será igual à divisão entre o valor futuro e o coeficiente total do financiamento
10. A cota de juros em cada prestação é igual ao produto resultante da multiplicação entre

10.1. a taxa resultante da multiplicação do

10.1.1. fator diário $(1 + iD\%)$ exponenciado pelo número de dias entre a prestação anterior (ND_{m-1}) e a atual (ND_m):

10.1.2. diminuído da unidade “1”

$$[(1+iD\%)^{ND_m}] - 1$$

e

10.2. o saldo devedor anterior SD_{m-1} (a começar pelo capital inicial)

$$CJ_m = SD_{m-1} \cdot \{ [(1 + iD\%)^{ND_m}] - 1 \}$$

11. A cota de amortização resulta da subtração entre o valor da prestação e a cota de juros.
12. O saldo devedor após o pagamento de cada prestação periódica resulta da subtração entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização do período.

Se o financiamento de R\$1.000,00, a 10% ao mês, fosse feito em 19/3/2023, para ser resgatado em uma única parcela, no dia 19/8/2023, 153 dias depois,

Data	Num dias
	153
19/03/2023	
19/04/2023	31
19/05/2023	30
19/06/2023	31
19/07/2023	30
19/08/2023	31

Coeficiente diário:

$$cD = (1+10\%)^{1/30}$$

$$cD = 1,003182058$$

Taxa diária:

$$iD\% = [(1+10\%)^{(1/30)} - 1]\%$$

$$iD\% = (1,003182058 - 1)\%$$

$$iD\% = 0,3182058\%$$

o valor futuro é

$$FV_{JCD} = 1.000,00 \times (1+0,3182058\%)^{153}$$

$$FV_{JCD} = 1.000,00 \times 1,625933$$

$$FV_{JCD} = R\$1.625,93$$

Num	Data	Dias acum	Fator de acumulação de capital
			$(1+i\%)^{DAC}$
0	19/03/2023		1,000000
1	19/04/2023	31	1,103500
2	19/05/2023	61	1,213850
3	19/06/2023	92	1,339484
4	19/07/2023	122	1,473433
5	19/08/2023	153	1,625933

Para pagamento em prestações mensais, pelo MQJC-SNP-cD:

Num	Fator diário	Dias até "n"		Coeficiente de jurificação da PMT
-----	--------------	--------------	--	-----------------------------------

Σ 6,130267197

0

1 (1 + 0,003182058 122 = 1,473432527

2 (1 + 0,003182058 92 = 1,339484115

3 (1 + 0,003182058 61 = 1,213850290

4 (1 + 0,003182058 31 = 1,103500264

5 (1 + 0,003182058 - = 1,000000000

$$PMT_{JCD} = \frac{FV_{JCD}}{CPMT}$$

CPMT

$$PMT_{JCD} = \frac{1.625,93}{6,130267197}$$

6,130267197

$$PMT_{JCD} = 265,23$$

$$FCJ_m = [(1+i\%)^{ND}] - 1$$

$$CJ_m = SD_{m-1} \cdot FCJ_m$$

$$CAm = PMT - CJm$$

$$SD_m = SD_{m-1} - CAm$$

Num	Data	Valor da prestação	Fator da cota de juros	Valor dos juros	Valor da cota de amortização	Saldo devedor
0	19/03/2023					1.000,00
1	19/04/2023	265,23	0,103500	103,50	161,73	838,27
2	19/05/2023	265,23	0,100000	83,83	181,40	656,87
3	19/06/2023	265,23	0,103500	67,99	197,24	459,62
4	19/07/2023	265,23	0,100000	45,96	219,27	240,35
5	19/08/2023	265,23	0,103500	24,88	240,35	0,00

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

A soma do produto resultante da multiplicação entre o valor da prestação e coeficiente de jurificação de cada respectiva data de ocorrência e a data final do prazo deve ser igual ao valor futuro.

MQJCD-SNP - Método de Quitação a Juros Compostos Diários

Num	Fator diário	Dias até "n"	Valor da prestação	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
0				1.625,93
1	(1 + 0,003182058)	122	265,23	390,80
2	(1 + 0,003182058)	92	265,23	355,27
3	(1 + 0,003182058)	61	265,23	321,95
4	(1 + 0,003182058)	31	265,23	292,68
5	(1 + 0,003182058)	-	265,23	265,23

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

Num	Num dias	Capital inicial jurificado	Valor da PMT1 jurificada	Valor da PMT2 jurificada	Valor da PMT3 jurificada	Valor da PMT4 jurificada	Valor da PMT5 jurificada	Soma das PMT jurificadas	Saldo devedor
0		1.000,00							1.000,00
1	31	1.103,50	265,23					265,23	838,27
2	30	1.213,85	291,75	265,23				556,98	656,87
3	31	1.339,48	321,95	292,68	265,23			879,86	459,62
4	30	1.473,43	354,14	321,95	291,75	265,23		1.233,08	240,35
5	31	1.625,93	390,80	355,27	321,95	292,68	265,23	1.625,93	0,00

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial jurificado até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.*

$$CJ_1 = PV \cdot FCJ_1$$

$$CJ_1 = 1.000,00 \times [(1+0,3182058\%)^{31} - 1] = 1.000,00 \times (1,103500 - 1) = 1.000,00 \times 0,1035$$

$$CJ_1 = 103,50$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.*

A soma das prestações “desjurificadas” de forma composta diária, para o instante zero, também deve ser exatamente igual ao valor principal, R\$1.000,00.

FVPN - Fator do
valor presente
(numerador)

$$FVPNm = 1 + i\%^{n-m}$$

FVPD - Fator do
valor presente
(denominador)

$$\mathbf{FVPD=1+i\%^n}$$

CVPQ - Coeficiente inverso
do valor presente
(dividendo; divisor;
quociente)

$$\mathbf{1+i\%^m}$$

$$\mathbf{CVPQm = FVPD / FVPNm}$$

CVPP - Coeficiente do
valor presente
(multiplicando;
multiplicador; produto)

$$\mathbf{1 / 1+i\%^m}$$

$$\mathbf{CVPPm = FVPNm / FVPD}$$

Valor presente da
prestação

$$\mathbf{VPm=PMT . CVPPm}$$

$$\mathbf{VPm=PMT/CVPQm}$$

NUM PARC	DIAS ACUMULADOS	DIAS RESTANTES	PRES-TAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
0					Σ	3,770307		1.000,00
1	31	122	265,23	1,4734	1,625933	0,906207	1,103500	240,35
2	61	92	265,23	1,3395	1,625933	0,823825	1,213850	218,50
3	92	61	265,23	1,2139	1,625933	0,746556	1,339484	198,01
4	122	31	265,23	1,1035	1,625933	0,678687	1,473433	180,01
5	153	0	265,23	1,0000	1,625933	0,615031	1,625933	163,13

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor jurificado do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações também jurificadas até o momento anterior.

Num	Capital inicial jurificado	Soma das PMT jurificadas	Fator da cota de juros	Juro sobre PV anterior jurificado	Juro sobre soma das PMTs anteriores jurificadas	Cota de juros na prestação	Prestação mensal	Cota de amortização na prestação	Saldo devedor residual
0	1.000,00								1.000,00
1	1.103,50	265,23	0,103500	103,50	-	103,50	265,23	161,73	838,27
2	1.213,85	556,98	0,100000	110,35	26,52	83,83	265,23	181,40	656,87
3	1.339,48	879,86	0,103500	125,63	57,65	67,99	265,23	197,24	459,62
4	1.473,43	1.233,08	0,100000	133,95	87,99	45,96	265,23	219,27	240,35
5	1.625,93	1.625,93	0,103500	152,50	127,62	24,88	265,23	240,35 -	0,00

Sistema de amortização - coeficiente de série não periódica (JC)

Valor financiado	1.000,00
Taxa mensal de juros	10,0000%
Número de parcelas	5
Coeficiente diário ($^{1/30}$)	0,0031821
Valor ao final	1.625,93

BASE 30 DIAS POR MÊS

Número da parcela	0	1	2	3	4	5
Data	19/03/2023	19/04/2023	19/05/2023	19/06/2023	19/07/2023	19/08/2023
Número de dias		31	30	31	30	31
Dias acumulados		31	61	92	122	153
Dias até o fim do prazo		122	92	61	31	-
Principal atualizado	1.000,00	1.103,50	1.213,85	1.339,48	1.473,43	1.625,93
Variação 0		265,23	265,23	265,23	265,23	265,23
Variação 1			291,75	292,68	291,75	292,68
Variação 2				321,95	321,95	321,95
Variação 3					354,14	355,27
Variação 4						390,80
Saldo devedor	1.000,00	838,27	656,87	459,62	240,35	-

Número da parcela	0	1	2	3	4	5
Valor da prestação		265,23	265,23	265,23	265,23	265,23
Cota de amortização		161,73	181,40	197,24	219,27	240,35
Cota de juros		103,50	83,83	67,99	45,96	24,88

CAPÍTULO 21 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NA QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC), EM SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES, COM PRAZO DE CARÊNCIA

Se for concedido um prazo de carência, e o primeiro pagamento programado para 8/6/2023:

Num	Data	Num dias
-----	------	----------

203

0	19/03/2023	
1	08/06/2023	81
2	08/07/2023	30
3	08/08/2023	31
4	08/09/2023	31
5	08/10/2023	30

o valor futuro é

$$FV_{JCD} = 1.000,00 \times (1+0,3182058\%)^{203}$$

$$FV_{JCD} = 1.000,00 \times 1,90586$$

$$FV_{JCD} = R\$1.905,86$$

Num	Data	Dias acum	Fator de acumulação de capital
-----	------	-----------	--------------------------------

$(1+i\%)^{DAC}$

0	19/03/2023		1,000000
1	08/06/2023	81	1,293482
2	08/07/2023	111	1,422830
3	08/08/2023	142	1,570093
4	08/09/2023	173	1,732598
5	08/10/2023	203	1,905858

Para pagamento em prestações mensais, pelo MQJC-SNP-CD:

Num	Fator diário	Dias até "n"		Coefficiente de jurificação da PMT
-----	--------------	--------------	--	------------------------------------

Σ 6,126766933

0

1 (1 + 0,003182058¹²² = 1,473432527

2 (1 + 0,003182058⁹² = 1,339484115

3 (1 + 0,003182058⁶¹ = 1,213850290

4 (1 + 0,003182058³⁰ = 1,100000000

5 (1 + 0,003182058⁻ = 1,000000000

$$PMT_{JCD} = \frac{FV_{JCD}}{CPMT}$$

CPMT

$$PMT_{JCD} = \frac{1.905,86}{6,11267669}$$

6,11267669

$$PMT_{JCD} = 311,07$$

Num	Valor da prestação	Fator da cota de juros	Valor dos juros	Valor da cota de amortização	Saldo devedor
	$PMT = FV/CF$	$FCJ_m = [(1+i\%)^{ND}] - 1$	$CJ_m = SD_{m-1} \cdot FCJ_m$	$CAM = PMT - CJ_m$	$SD_m = SD_{m-1} - CAM$
0					1.000,00
1	311,07	0,293482	293,48	17,59	982,41
2	311,07	0,100000	98,24	212,83	769,58
3	311,07	0,103500	79,65	231,42	538,16
4	311,07	0,103500	55,70	255,37	282,79
5	311,07	0,100000	28,28	282,79 -	0,00

A soma do produto resultante da multiplicação entre o valor da prestação e coeficiente de jurificação de cada respectiva data de ocorrência e a data final do prazo deve ser igual ao valor futuro.

Num	Fator diário	Dias até "n"	Valor da prestação	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
-----	--------------	--------------	--------------------	----------------------------------

0

 Σ 1.905,86

1	(1 + 0,003182058)	122	311,07	458,34
2	(1 + 0,003182058)	92	311,07	416,67
3	(1 + 0,003182058)	61	311,07	377,59
4	(1 + 0,003182058)	30	311,07	342,18
5	(1 + 0,003182058)	-	311,07	311,07

A soma das prestações “desjurificadas” de forma composta diária, para o instante zero, também deve ser exatamente igual ao valor principal, R\$1.000,00.

NUM PARC	DIAS ACUMULADOS	DIAS RESTANTES	PRES- TAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coeficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coeficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
----------	-----------------	----------------	--------------------	-------------------------------------	---------------------------------------	---	---	-----------------------------

0

 Σ

3,214703

1.000,00

1	81	122	311,07	1,4734	1,905858	0,773107	1,293482	240,49
2	111	92	311,07	1,3395	1,905858	0,702825	1,422830	218,63
3	142	61	311,07	1,2139	1,905858	0,636905	1,570093	198,12
4	173	30	311,07	1,1000	1,905858	0,577168	1,732598	179,54
5	203	0	311,07	1,0000	1,905858	0,524698	1,905858	163,22

Sistema de amortização - coeficiente de série não periódica (JC)

Valor financiado	1.000,00
Taxa mensal de juros	10,0000%
Número de parcelas	5
Coeficiente diário ($^{1/30}$)	0,0031821
Valor ao final	1.905,86

BASE 30 DIAS POR MÊS

Número da parcela	0	1	2	3	4	5
Data	19/03/2023	08/06/2023	08/07/2023	08/08/2023	08/09/2023	08/10/2023
Número de dias		81	30	31	31	30
Dias acumulados		81	111	142	173	203
Dias até o fim do prazo		122	92	61	30	-
Principal atualizado	1.000,00	1.293,48	1.422,83	1.570,09	1.732,60	1.905,86
Variação 0		311,07	311,07	311,07	311,07	311,07
Variação 1			342,18	343,27	343,27	342,18
Variação 2				377,59	378,79	377,59
Variação 3					416,67	416,67
Variação 4						458,34
Saldo devedor	1.000,00	982,41	769,58	538,16	282,79	-

Número da parcela	0	1	2	3	4	5
Valor da prestação		311,07	311,07	311,07	311,07	311,07
Cota de amortização		17,59	212,83	231,42	255,37	282,79
Cota de juros		293,48	98,24	79,65	55,70	28,28

CAPÍTULO 22 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NA QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS COMPOSTOS (MQJC), EM SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES, COM PAGAMENTOS SOMENTE EM DIAS ÚTEIS (TABELA REDOMA)

Num	Data	DIA DA SEMANA	DATA DO VENCTO	DIA DA SEMANA	Num dias
0	24/01/2023	ter	24/01/2023	ter	148
1	21/02/2023	fer	22/02/2023	qua	29
2	21/03/2023	ter	21/03/2023	ter	27
3	21/04/2023	fer	20/04/2023	qui	30
4	21/05/2023	dom	22/05/2023	seg	32
5	21/06/2023	qua	21/06/2023	qua	30

Num	DATA DO VENCTO	Dias acum	Fator de acumulação de capital $(1+i\%)^{DAC}$
0	24/01/2023		1,000000
1	22/02/2023	29	1,096511
2	21/03/2023	56	1,194721
3	20/04/2023	86	1,314193
4	22/05/2023	118	1,454827
5	21/06/2023	148	1,600309

Num	Fator diário	Dias até "n"	Coefficiente de jurificação da PMT
0			Σ 6,116652874
1	$(1 + 0,003182058$	¹¹⁹	= 1,459455927
2	$(1 + 0,003182058$	⁹²	= 1,339484115
3	$(1 + 0,003182058$	⁶²	= 1,217712832
4	$(1 + 0,003182058$	³⁰	= 1,100000000
5	$(1 + 0,003182058$	-	= 1,000000000

Num	Valor da prestação	Fator da cota de juros	Valor dos juros	Valor da cota de amortização	Saldo devedor
	$PMT = FV/CF$	$FCJ_m = [(1+i\%)^{ND}] - 1$	$CJ_m = SD_{m-1} \cdot FCJ_m$	$CAM = PMT - CJ_m$	$SD_m = SD_{m-1} - CAM$
0					1.000,00
1	261,63	0,096511	96,51	165,12	834,88
2	261,63	0,089566	74,78	186,85	648,02
3	261,63	0,100000	64,80	196,83	451,20
4	261,63	0,107012	48,28	213,35	237,85
5	261,63	0,100000	23,78	237,85 -	0,00

Num	Fator diário		Dias até "n"	Valor da prestação	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
-----	--------------	--	--------------	--------------------	----------------------------------

0					Σ 1.600,31
1	$(1 + 0,003182058)$	119		261,63	381,84
2	$(1 + 0,003182058)$	92		261,63	350,45
3	$(1 + 0,003182058)$	62		261,63	318,59
4	$(1 + 0,003182058)$	30		261,63	287,79
5	$(1 + 0,003182058)$	-		261,63	261,63

NUM PARC	DIAS ACUMULADOS	DIAS RESTANTES	PRES-TAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
0					Σ	3,822169		1.000,00
1	29	119	261,63	1,4595	1,600309	0,911984	1,096511	238,60
2	56	92	261,63	1,3395	1,600309	0,837016	1,194721	218,99
3	86	62	261,63	1,2177	1,600309	0,760923	1,314193	199,08
4	118	30	261,63	1,1000	1,600309	0,687367	1,454827	179,84
5	148	0	261,63	1,0000	1,600309	0,624879	1,600309	163,49

Sistema de amortização - coeficiente de série não periódica (JC)

Valor financiado	1.000,00
Taxa mensal de juros	10,0000%
Número de parcelas	5
Coeficiente diário ($^{1/30}$)	0,0031821
Valor ao final	1.600,31

BASE 30 DIAS POR MÊS

Número da parcela	0	1	2	3	4	5
Data	24/01/2023	22/02/2023	21/03/2023	20/04/2023	22/05/2023	21/06/2023
Número de dias		29	27	30	32	30
Dias acumulados		29	56	86	118	148
Dias até o fim do prazo		119	92	62	30	-
Principal atualizado	1.000,00	1.096,51	1.194,72	1.314,19	1.454,83	1.600,31
Variação 0		261,63	261,63	261,63	261,63	261,63
Variação 1			285,06	287,79	289,63	287,79
Variação 2				313,57	318,59	318,59
Variação 3					347,13	350,45
Variação 4						381,84
Saldo devedor	1.000,00	834,88	648,02	451,20	237,85	-

Número da parcela	0	1	2	3	4	5
Valor da prestação		261,63	261,63	261,63	261,63	261,63
Cota de amortização		165,12	186,85	196,83	213,35	237,85
Cota de juros		96,51	74,78	64,80	48,28	23,78

CAPÍTULO 23 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NO SAC - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE

É um método de amortização sob o regime de capitalização composta de juros, com prestações não periódicas postecipadas (PMT_{Jcd}), de igual valor entre si, mediante capitalização diária, contada em dias entre datas, em que, com base nos dados de capital inicial (PV), taxa de juros ($i\%$) e prazo (n):

1. Determina-se o coeficiente diário de capitalização ($i\%d$), com base no mês de 30 dias, através da fórmula $(1+i\%)^{(1/30)}$
2. Faz-se a contagem do número de dias do prazo (ND) entre a primeira e a última data
3. Calcula-se o valor futuro pela aplicação da fórmula $FV = PV \cdot [(1 + i\%d)ND]$
4. Calcula-se o número de dias entre todas as datas do prazo
5. Calcula-se o número de dias decorridos e o coeficiente acumulado de juros diários entre a primeira data e as seguintes, até a última
6. O valor futuro também pode ser calculado mediante multiplicação do valor do capital inicial pelo coeficiente acumulado de juros diários na última data do prazo
7. Calcula-se o coeficiente de jurificação de cada prestação (incógnita) entre cada respectiva data de ocorrência, a partir da primeira, até a última data do prazo
8. O coeficiente total do financiamento é igual à soma destes coeficientes parciais de jurificação das prestações
9. A cota FIXA de amortização em cada prestação periódica postecipada resulta da divisão entre o capital inicial e o número de períodos.
10. A cota de juros em cada prestação é igual à multiplicação entre o saldo devedor anterior (a começar pelo capital inicial) e o fator diário exponenciado pelo número de dias entre a prestação anterior e a atual $SDm-1 \cdot \{ [(1+i\%)^{ND}]-1 \}$
11. O valor de cada prestação periódica resulta da soma entre a cota de amortização e a cota de juros.
12. O saldo devedor após o pagamento de cada prestação periódica resulta da subtração entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização do período.

PV	=	1.000,00
$i\%$	=	10,00%
n	=	5
$i\%d$	=	0,3182058%
nd	=	145
FV	=	$PV \cdot [(1 + i\%d)^{nd}]$
FV	=	1.585,13

Num	Data	Num dias	Dias acum	Fator de acumulação de capital	Saldo devedor acumulado
		145		$(1+i\%)^{dac}$	SDm-1 . FAC
0	21/01/2023			1,000000	1.000,00
1	15/02/2023	25	25	1,082665	1.082,66
2	15/03/2023	28	53	1,183388	1.183,39
3	15/04/2023	31	84	1,305869	1.305,87
4	15/05/2023	30	114	1,436456	1.436,46
5	15/06/2023	31	145	1,585129	1.585,13

Num	Fator diário	Dias até "n"	Coefficiente de jurificação da PMT
-----	--------------	--------------	------------------------------------

 Σ

0			6,120935
1	$(1 + 0,003182058$	¹²⁰	$= 1,464100000$
2	$(1 + 0,003182058$	⁹²	$= 1,339484115$
3	$(1 + 0,003182058$	⁶¹	$= 1,213850290$
4	$(1 + 0,003182058$	³¹	$= 1,103500264$
5	$(1 + 0,003182058$	-	$= 1,000000000$

Num	Valor da amortização	Fator mensal de juros	Valor dos juros	Valor da prestação	Saldo devedor
	$Am=PMT - Jm$	$[(1+i\%)^{nd}]-1$	SDm-1 . FMJ	$PMT=FV/CF$	SDm-1 - Am
0					1.000,00
1	200,00	0,082665	82,66	282,66	800,00
2	200,00	0,093033	74,43	274,43	600,00
3	200,00	0,103500	62,10	262,10	400,00
4	200,00	0,100000	40,00	240,00	200,00
5	200,00	0,103500	20,70	220,70	-

Num	Fator diário	Dias até "n"		Coeficiente de jurificação da PMT	Valor da prestação	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
				Σ	PMT=FV/CF	Σ
0				6,120935		1.585,13
1	$(1 + 0,003182058$	¹²⁰	=	1,464100000	282,66	413,85
2	$(1 + 0,003182058$	⁹²	=	1,339484115	274,43	367,59
3	$(1 + 0,003182058$	⁶¹	=	1,213850290	262,10	318,15
4	$(1 + 0,003182058$	³¹	=	1,103500264	240,00	264,84
5	$(1 + 0,003182058$	-	=	1,000000000	220,70	220,70

NUM PARC	DIAS ACUMULADOS	DIAS RESTANTES	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coeficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coeficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
5	n	145		$FVPN_m = 1 + i\%^{(n-m)}$	$FVPD = 1 + i\%^n$	$PV = PMT \cdot FVPN / FVPD$		
								Σ
	m				1,585129	$CVP_p = FVPN_m / FVPD$	$CVP_q = FVPD / FVPN_m$	
0								1.000,00
1	25	120	282,66	1,4641	1,585129	0,923647	1,082665	261,08
2	53	92	274,43	1,3395	1,585129	0,845032	1,183388	231,90
3	84	61	262,10	1,2139	1,585129	0,765774	1,305869	200,71
4	114	31	240,00	1,1035	1,585129	0,696158	1,436456	167,08
5	145	0	220,70	1,0000	1,585129	0,630863	1,585129	139,23

PARTE 3 - Capitalização simples de juros

CAPÍTULO 24 - MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES (MQJS)

Prestações postecipadas: os pagamentos iniciam ao fim de cada período vencido, a partir do primeiro.

Além da denominação que adotei para o MQJS, também utilizo MLPC – Método Linear sob Prestações Constantes, ou SIMPLEX.

Capitalização simples é a operação em que a taxa de juros sempre incide sobre o capital inicial, não se registrando anatocismo, ou juros sobre o saldo do capital inicial e juros anteriores acumulados.

Na formação do valor futuro, o valor dos juros é constante, não há variação de uma unidade de tempo para outra.

Sua concepção matemática é uma equação de primeiro grau, cuja taxa de crescimento é obtida pela multiplicação da taxa de juros pelo capital inicial, equivalente ao conceito de progressão aritmética.

Conforme já visto, a Matemática Financeira considera o valor do empréstimo e o das prestações suficientes para liquidá-lo por completo, unicamente sob o prisma do fluxo de caixa (entradas e saídas).

IMPORTANTE FRISAR QUE A PRESTAÇÃO (PMT_{JS}) DEVE ATENDER ÀS CONDIÇÕES QUE CONSTITUEM O PENTATEUCO VDT DO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMO A JUROS SIMPLES (MQJS/SIMPLEX), ou seja, deve haver quántupla verificação simultânea de autenticidade, à luz da lei do valor do dinheiro no tempo.

Caso sejam atendidos estes cinco fatores de autenticidade, simultaneamente, resta comprovado que o método ou sistema de amortização em análise atende de pleno à cláusula pétrea da Matemática Financeira, do dever de obediência ao valor do dinheiro no tempo (VDT).

Valor futuro a juros simples: quitação do empréstimo em parcela única, ao final do prazo

Sendo adotado o exemplo de valor financiado (PV = capital inicial ou valor presente) de 1.000,00, para quitação em 5 períodos (n), sob a taxa de juros (i%) de 10%, jurificada de forma simples a cada período, portanto de forma linear (progressões aritméticas), ao final do prazo, deve ser pago o valor futuro (FV) único de R\$1.500,00.

A fórmula geral do valor futuro é:

$$FV_{JS} = PV \cdot [1 + (i\% \cdot n)]$$

$$FV_{JS} = 1.000,00 \times [1 + (10\% \times 5)] = 1.000,00 \times (1 + 50\%) = 1.000,00 \times 1,50$$

$$FV_{JS} = 1.500,00$$

CAPITALIZAÇÃO SIMPLES DE JUROS (CSJ) - SISTEMA LINEAR OU ARITMÉTICO

NUM PERÍODO	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE (PV) (FV ANTERIOR)	VALOR DO JUROS MENSAL	% SOBRE SALDO ANTERIOR	% SOBRE CAPITAL INICIAL (PV)	FV = VALOR FUTURO PERÍODO A PERÍODO
m	$PV_m = FV_{m-1}$	$i\% \cdot PV_m$	J_m / PV_m	J_m / PV_m	FV_m
0					1.000,00
1	1.000,00	100,00	10,00%	10,00%	1.100,00
2	1.100,00	100,00	9,09%	10,00%	1.200,00
3	1.200,00	100,00	8,33%	10,00%	1.300,00
4	1.300,00	100,00	7,69%	10,00%	1.400,00
5	1.400,00	100,00	7,14%	10,00%	1.500,00

Desenvolvimento algébrico do cálculo do valor da prestação periódica de valor fixo a juros simples, que quita o empréstimo, ao final do prazo.

Sem fórmula pronta, há forma alternativa de se apurar a incógnita prestação periódica postecipada, de valor fixo, (PMT_{JS}), uma a cada período de mesma duração, que, a juros simples, ao final do prazo “n”, produz resultado igual ao valor futuro a partir do capital inicial, mediante fluxo de caixa equivalente, de modo a resgatar o valor financiado gradativamente, capital mais juros.

A fim de que haja o perfeito equacionamento dos cálculos, cada uma das prestações ocupa uma posição relativa dentro do prazo considerado, tendo sempre como referências simultâneas e sincronizadas o instante inicial, zero, em que ocorre o valor presente PV, e o momento final, “n”, em que ocorre o valor futuro FV.

Esta é a visão sistêmica que nunca pode faltar ao expert em Matemática Financeira, sob pena de incorrer no “erro de paralaxe”.

Cabe lembrar que cada plano de financiamento é um sistema único, com início em “zero” e fim em “n”, PV e i%.

Então, posicionadas em seus respectivos momentos “m”, cada uma de todas as prestações precisa estar referenciada a estes marcos obrigatórios, pontos cardeais, “0” e “n”, em que, respectivamente, ocorrem o valor presente PV e o valor futuro FV.

Se, no regime de juros simples, por conveniência dentre credor e devedor, o valor financiado for ajustado para resgate mediante pagamento gradativo em parcelas de valor fixo, iguais entre si, uma a cada período, qual o valor unitário das prestações postecipadas (PMT_{JS}), em períodos de mesma duração, sucessivas e iguais, que, ao final do prazo “n”, remuneram um empréstimo de capital mais juros?

Em relação ao instante “0” (zero), o fator relativo ao prazo integral “n” é

$$1 + (i\%.n)$$

e de cada momento “m” é

$$1 + (i\%.m)$$

No momento de sua ocorrência, “m”, em relação ao instante focal do prazo “n”, para que seja cotejada com o valor futuro, FV_{JS} , cada prestação PMT_{JS} deve ser jurificada “n-m” vezes, na forma linear ou aritmética.

$$1 + [i\%.(n-m)]$$

Assim, no momento $m=1$, em relação ao instante focal do prazo “n” (5), para que seja cotejada com o valor futuro, FV_{JS} , a primeira prestação PMT_{JS1} deve ser jurificada “n-m” vezes, ou seja, ocorrendo no 1º período de um total de 5 períodos, será “jurificada” “5-1 = 4 vezes”.

A segunda, PMT_{JS2} , “n-2”, “5-2 = 3 vezes”. A terceira, PMT_{JS3} , “n-3”, “5-3 = 2 vezes”. A quarta, PMT_{JS4} , “n - (n-1)” vezes, “n-4”, “5-4 = 1 vez”. E a quinta, PMT_{JS5} , “n-n”, “n-5”, “5-5 = 0 vez”.

O valor da prestação é igual em todos os momentos intermediários:

$$PMT_{JS} = PMT_{JS1} = PMT_{JS2} = PMT_{JS3} = PMT_{JS4} = PMT_{JS5}$$

O valor futuro de cada prestação será:

$$FV_{JSPMTm} = PMT_{JS} \cdot 1 + \{ [(i\%.n)] - [(i\%.m)] \}$$

$$FV_{JSPMTm} = PMT_{JS} \cdot \{ 1 + [i\%.(n-m)] \}$$

$$FV_{JSPMT1} = PMT_{JS} \cdot 1 + [(10\% \times 5) - (10\% \times 1)] = PMT_{JS} \cdot 1 + [10\% \times (5-1)] = PMT_{JS} \cdot (1 + 10\% \times 4) = PMT_{JS} \cdot 1,40$$

$$FV_{JSPMT2} = PMT_{JS} \cdot 1 + [(10\% \times 5) - (10\% \times 2)] = PMT_{JS} \cdot 1 + [10\% \times (5-2)] = PMT_{JS} \cdot (1 + 10\% \times 3) = PMT_{JS} \cdot 1,30$$

$$FV_{JSPMT3} = PMT_{JS} \cdot 1 + [(10\% \times 5) - (10\% \times 3)] = PMT_{JS} \cdot 1 + [10\% \times (5-3)] = PMT_{JS} \cdot (1 + 10\% \times 2) = PMT_{JS} \cdot 1,20$$

$$FV_{JSPMT4} = PMT_{JS} \cdot 1 + [(10\% \times 5) - (10\% \times 4)] = PMT_{JS} \cdot 1 + [10\% \times (5-4)] = PMT_{JS} \cdot (1 + 10\% \times 1) = PMT_{JS} \cdot 1,10$$

$$FV_{JSPMT5} = PMT_{JS} \cdot 1 + [(10\% \times 5) - (10\% \times 5)] = PMT_{JS} \cdot 1 + [10\% \times (5-5)] = PMT_{JS} \cdot (1 + 10\% \times 0) = PMT_{JS} \cdot 1,00$$

O valor futuro em relação ao capital inicial deve ser igual à soma dos valores futuros de cada prestação periódica:

$$FV_{JS} = FV_{JSPMT1} + FV_{JSPMT2} + FV_{JSPMT3} + FV_{JSPMT4} + FV_{JSPMT5}$$

O valor da prestação deve ser igual para todos os períodos:

$$PMT_{JS} = PMT_{JS1} = PMT_{JS2} = PMT_{JS3} = PMT_{JS4} = PMT_{JS5}$$

A soma dos coeficientes de jurificação das prestações

$$1,40 + 1,30 + 1,20 + 1,10 + 1,00 = 6,00$$

multiplicada pela prestação PMT_{JS} ,

deve ser igual ao valor futuro FV_{JS}

$$FV_{JS} = PMT_{JS} \times 6,0$$

$$FV_{JS} = 1.500,00$$

O VALOR DA PRESTAÇÃO É IGUAL À DIVISÃO ENTRE O VALOR FUTURO E O SOMATÓRIO DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO.

$$PMT = \frac{1.500,00}{6,00}$$

$$6,00$$

$$PMT = 250,00$$

Em suma:

Numerador do coeficiente de ajuste da prestação a juros simples para “n”:

$$1 + (i\%.n)$$

Denominador do coeficiente de ajuste da prestação a juros simples para “n”:

$$1 + (i\%.m)$$

Coeficiente de ajuste da prestação a juros simples para “n”:

$$1 + \{ [(i\%.n)] - [(i\%.m)] \}$$

Coeficiente simplificado de ajuste da prestação a juros simples para “n”:

$$1 + [i\% \cdot (n-m)]$$

CÁLCULO DO VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS SIMPLES

$$PMT = FV / \text{Soma Coeficientes Jurificação PMT}$$

PV= 1.000,00		i% = 10,00%		Valor futuro FV = 1.500,00	
NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Numerador coeficiente jurificação PMT	Denominador coeficiente jurificação PMT	Coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT (simplificado)
Valor da PMT a juros simples = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação das PMT				SOMA DOS RESTOS OU DIFERENÇAS	SOMA DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO DAS PMT
				6,0000	6,0000
				250,00	PMT =
				PMT = 250,00	250,00
0	5				
1	4	1,5000	1,1000	1,4000	1,4000
2	3	1,5000	1,2000	1,3000	1,3000
3	2	1,5000	1,3000	1,2000	1,2000
4	1	1,5000	1,4000	1,1000	1,1000
5	-	1,5000	1,5000	1,0000	1,0000

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: que, sob progressão aritmética, a soma do valor das prestações, cada uma jurificada desde o momento de sua respectiva ocorrência até o instante “n”, seja igual ao valor futuro do capital inicial

Então, a regra geral, mantidas as demais condições de taxa de juros, valor do empréstimo e prazo de pagamento da dívida, é que o valor da soma do valor jurificado das prestações, cada uma jurificada de forma linear (aritmética) desde o momento de suas respectivas ocorrências até o término do prazo, deve ser igual ao valor futuro do empréstimo (a ser amortizado), para pagamento único na data focal “n”.

$$FV_{JS} = PMT_{JS1} \cdot 1 + [i\% \cdot (n-1)] + PMT_{JS2} \cdot 1 + [i\% \cdot (n-2)] + PMT_{JS3} \cdot 1 + [i\% \cdot (n-3)] + PMT_{JS4} \cdot 1 + [i\% \cdot (n-4)] + PMT_{JS5} \cdot 1 + [i\% \cdot (n-5)] +$$

$$1.500,00 = 250,00x[1+(10\%x4)] + 250,00x[1+(10\%x3)] + 250,00x[1+(10\%x2)] + 250,00x[1+(10\%x1)] + 250,00x[1+(10\%x0)]$$

$$1.500,00 = 250,00 \times (1,40 + 1,30 + 1,20 + 1,10 + 1,00)$$

$$1.500,00 = 1.500,00$$

SOMATÓRIO DOS VALORES JURIFICADOS DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS SIMPLES DESDE CADA DATA DE OCORRÊNCIA ATÉ O MOMENTO FINAL "n"

NUM PARC (m)	Períodos vincendos (n-m)	Valor da PMT a juros simples	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DAS PRESTAÇÕES A JUROS SIMPLES	SOMA DOS VALORES DAS PRESTAÇÕES JURIFICADOS ATÉ "N" NA FORMA SIMPLES
5				
0	5			1.500,00
1	4	250,00	1,4000	350,00
2	3	250,00	1,3000	325,00
3	2	250,00	1,2000	300,00
4	1	250,00	1,1000	275,00
5	-	250,00	1,0000	250,00

O modelo é cientificamente comprovado, na medida em que o resultado do valor futuro (FV_{JS}), pela fórmula $FV_{JS} = PV \cdot [1 + (i\% \cdot n)]$ seja exatamente igual às somas dos valores futuros (FV_{JS}) de cada prestação (PMT_{JS}).

Este é o valor que retorna integralmente o capital e os juros simples, através do pagamento de prestações periódicas, iguais e consecutivas, que, sendo todas quitadas, acarreta saldo final igual a zero.

É importante observar que a taxa de crescimento linear equivale ao fator de capitalização simples, que nada mais é do que a razão da progressão aritmética, ou seja, 10% ou 0,10.

Com base neste raciocínio, é possível sintetizar uma fórmula geral para cálculo da prestação a juros simples.

O valor futuro (FV) equivale à soma dos termos do fluxo de caixa obtido com a construção algébrica retro.

$$FV = PMT \cdot \{n + i\% \cdot [(n-1) + (n-2) + \dots + 1]\}$$

$[(n-1) + (n-2) + \dots + 1]$ é a soma de uma P.A. decrescente com o primeiro termo

$a_1 = (n-1)$, com $(n-1)$ termos, e o último termo $a_n = 1$.

Aplicando-se a fórmula da soma das PAs, progressões aritméticas:

$$S_{PA} = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{PA} = \frac{[(n-1) + 1] \cdot (n-1)}{2}$$

$$FV_{JS} = PMT_{JS} \cdot \{n + i\% \cdot \frac{[(n-1) + 1] \cdot (n-1)}{2}\}$$

2

$$FV_{JS} = PV_{JS} \cdot [1 + (i\% \cdot n)]$$

$$PV \cdot (1 + i\% \cdot n) = PMT_{JS} \cdot \{n + i\% \cdot \frac{[(n-1) + 1] \cdot (n-1)}{2}\}$$

2

Em assim sendo, a fórmula geral da prestação obtida pelo Método de Quitação a Juros Simples ou Sistema Linear de Quitação (pagamento de parcelas periódicas iguais e consecutivas, postecipadas, iguais entre si, de modo a resgatar capital e remunerar a juros simples) é a seguinte:

$$PMT_{JS} = \frac{2 \cdot PV \cdot [1 + (i\% \cdot n)]}{\{[(i\% \cdot n) - i\%] + 2\} \cdot n}$$

ou

$$PMT_{JS} = \frac{PV \cdot [1 + (i\% \cdot n)]}{\{1 + [i\% \cdot (\frac{n-1}{2})]\} \cdot n}$$

em que:

PMT_{JS} = valor da prestação (parcela),

PV = capital tomado emprestado,

$i\%$ = taxa de juros por unidade de tempo em formato % (taxa /100),

n = prazo de utilização em unidade de tempo.

Essa fórmula corresponde exatamente à adotada no método denominado “Gauss”, que será objeto de estudo adiante.

Substituindo os valores na fórmula, cada prestação será de R\$250,00, confirmando a perfeita identidade entre a sistemática de quitação a juros simples e as progressões aritméticas.

$$PMT_{JS} = \frac{2 \times 1.000,00 \times [(10\% \times 5) + 1]}{\{[(10\% \times 5) - 10\%] + 2\} \times 5} = 250,00$$

$$\{[(10\% \times 5) - 10\%] + 2\} \times 5$$

ou

$$PMT_{JS} = \frac{1.000,00 \times [1 + (10\% \times 5)]}{\{1 + [10\% \times (5 - 1) / 2]\} \times 5} = 250,00$$

O modelo é cientificamente comprovado, na medida em que o resultado do valor futuro (FV_{JS}), pela fórmula $FV_{JS} = PV \cdot [1 + i\% \cdot n]$ seja exatamente igual às somas dos valores futuros (FV_{JS}) de cada prestação (PMT_{JS}).

Este é o valor que retorna integralmente o capital e os juros simples, através do pagamento de prestações periódicas, iguais e consecutivas, que, sendo todas quitadas, acarreta saldo final igual a zero.

Deste modo, restou certificado que o valor da prestação PMT_{JS} de 250,00 confere validade ao 1º FATOR DE AUTENTICIDADE, de que, *sob progressão aritmética, ou seja, juros simples, a soma do valor das prestações, cada uma jurificada desde o momento de sua respectiva ocorrência até o instante “n”, é exatamente igual ao valor futuro do capital inicial.*

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: que, sob a sistemática linear, o saldo devedor em cada momento seja resultado da compensação entre os valores jurificados do capital inicial e das prestações somadas desde a primeira.

No exemplo retro analisado, em um empréstimo a juros simples ou lineares, capital inicial de 1.000,00, taxa de juros de 10% ao período, em 5 períodos, a prestação periódica é de 250,00, valor exato e perfeito para a quitação do empréstimo.

Ao final do primeiro período, após ter sido paga a primeira prestação, se surgir a oportunidade de liquidação do empréstimo, ao invés de pagar as 4 prestações restantes, qual será o valor da quitação, equivalente ao saldo devedor naquele instante?

Em Cada momento, as respostas que se fazem necessárias devem atender às perguntas “quanto era devido?”, “quanto foi pago?”, “quanto restou de saldo a pagar?”.

No momento inicial, o débito era de 1.000,00.

Um período depois, o valor do débito, antes do pagamento da primeira prestação, era de 1.100,00 ($1.000,00 + 10\% = 100,00 \Rightarrow 1.100,00$).

Pagou-se 250,00.

Quanto se ficou devendo? 850,00.

Em $n=2$, o valor presente de 1.000,00 equivale a 1.200,00 ($1.000,00 + 10\% + 10\% = 20\%$ ou 200,00).

PMT_{JS1} passa a ter o valor equivalente de 275,00 ($250,00 + 10\%$).

$PMT_{JS2} = 250,00$.

$PMT_{JS1} + PMT_{JS2} = 525,00$

O saldo devedor após o pagamento de PMT_{JS2} é igual a 675,00 ($1.200,00 - 275,00 - 250,00$).

Em $n=3$, o valor presente de 1.000,00 equivale a 1.300,00 ($1.000,00 + 10\% + 10\% + 10\% = 30\%$ ou 300,00).

PMT_{JS1} passa a ter o valor equivalente de 300,00 (250,00 + 10% + 10%).

PMT_{JS2} passa a valer 275,00 (250,00 + 10%).

$PMT_{JS3} = 250,00$.

$PMT_{JS1} + PMT_{JS2} + PMT_{JS3} = 825,00$

O saldo devedor após o pagamento de PMT_{JS3} é igual a 475,00 (1.300,00 – 300,00 – 275,00 – 250,00).

Em $n=4$, o valor presente de 1.000,00 equivale a 1.400,00 (1.000,00 + 10% + 10% + 10% + 10% = 40% ou 1.400,00).

PMT_{JS1} passa a ter o valor equivalente de 325,00 (250,00 + 10% + 10% + 10%).

PMT_{JS2} passa a valer 300,00 (250,00 + 10% + 10%).

PMT_{JS3} equivale a 275,00 (250,00 + 10%).

$PMT_{JS4} = 250,00$.

$PMT_{JS1} + PMT_{JS2} + PMT_{JS3} + PMT_{JS4} = 1.150,00$

O saldo devedor após o pagamento de PMT_{JS4} é igual a 250,00 (1.400,00 – 325,00 – 300,00 – 275,00 – 250,00).

Em $n=5$, o valor presente de 1.000,00 equivale a 1.500,00 (1.000,00 + 10% + 10% + 10% + 10% + 10% = 50% ou 1.500,00).

PMT_{JS1} passa a ter o valor equivalente de 350,00 (250,00 + 10% + 10% + 10% + 10%).

PMT_{JS2} passa a valer 325,00 (250,00 + 10% + 10% + 10%).

PMT_{JS3} equivale a 300,00 (250,00 + 10% + 10%).

PMT_{JS4} atinge o valor de 275,00 (250,00 + 10%).

$PMT_{JS5} = 250,00$.

$PMT_{JS1} + PMT_{JS2} + PMT_{JS3} + PMT_{JS4} = 1.500,00$

O saldo devedor após o pagamento de PMT_{JS5} é igual a 0,00 (1.500,00 – 350,00 – 325,00 – 300,00 – 275,00 – 250,00).

A sistemática ora empregada é meramente a aplicação do princípio de que, a cada momento, o saldo devedor ou credor é o resultado da diferença entre o valor inicial do empréstimo e os valores pagos, devidamente jurificados na forma simples.

$$FV_m = PV \cdot (1 + i\% \cdot m)$$

$$PMT_m = PMT \cdot \{1 + [i\% \cdot (m-1)]\}$$

$$\Sigma PMT_m = \Sigma PMT_{m-1} + PMT_m$$

$$SDmJS = FV_m - \sum PMT_m$$

SIMPLEX ou MQJS - MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS SIMPLES

financiado	1.000,00	Número de parcelas	5
Taxa mensal de juros	10,00%	Valor presente ao final (valor futuro)	1.500,00
		Prestação	250,00

NUM PARC	PERÍODOS VINCENDOS	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE	CAPITAL INICIAL JURIFICADO NA FORMA SIMPLES	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA JURIFICADO NA FORMA SIMPLES	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS JURIFICADAS NA FORMA SIMPLES	SALDO DEVEDOR A JUROS SIMPLES
0	5	1.000,00					1.000,00
1	4	1.000,00	1.100,00	250,00	250,00	250,00	850,00
2	3	1.000,00	1.200,00	250,00	275,00	525,00	675,00
3	2	1.000,00	1.300,00	250,00	300,00	825,00	475,00
4	1	1.000,00	1.400,00	250,00	325,00	1.150,00	250,00
5	0	1.000,00	1.500,00	250,00	350,00	1.500,00	-

NUM PARC	0	1	2	3	4	5
JURO MENSAL		100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
EVOLUÇÃO DO VALOR PRESENTE	1.000,00	1.100,00	1.200,00	1.300,00	1.400,00	1.500,00
PRESTAÇÃO MENSAL		250,00	250,00	250,00	250,00	250,00
		1 +	1 +	1 +	1 +	1 +
i%		10,00%	10,00%	10,00%	10,00%	10,00%
10%		x	x	x	x	x
		4	3	2	1	0
		=	=	=	=	=
COEFICIENTES		1,4000	1,3000	1,2000	1,1000	1,0000
PMT ATUALIZADA 0 VEZ		250,00	250,00	250,00	250,00	250,00
PMT ATUALIZADA 1 VEZ			275,00	275,00	275,00	275,00
PMT ATUALIZADA 2 VEZES				300,00	300,00	300,00
PMT ATUALIZADA 3 VEZES					325,00	325,00
PMT ATUALIZADA 4 VEZES						350,00
SOMA DAS PRESTAÇÕES ATUALIZADAS		250,00	525,00	825,00	1.150,00	1.500,00
SALDO DEVEDOR RESIDUAL	1.000,00	850,00	675,00	475,00	250,00	-

SIMPLEX ou MQJS - MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS SIMPLES

(diferença de saldos devedores: amortização; juros)

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR (DIF ENTRE VALORES JURIFICADOS DO PV E SOMA DAS PMTs ANTERIORES)	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES
m	PMT	$SDmJS = FV_m - \sum PMT_m$	$CAmPMTjs = SDm - 1 - SDmJS$	$CJmPMTjs = PMT - CAmPMTjs$
0		1.000,00		
1	250,00	850,00	150,00	100,00
2	250,00	675,00	175,00	75,00
3	250,00	475,00	200,00	50,00
4	250,00	250,00	225,00	25,00
5	250,00	-	250,00	-

Deste modo, restou certificado que o valor da prestação PMT_{JS} de 250,00 confere validade ao 2º FATOR DE AUTENTICIDADE, de que, *sob a sistemática linear, ou seja, mediante juros simples, o saldo devedor em cada momento é exatamente o resultado da compensação entre os valores jurificados do capital inicial e das prestações somadas desde a primeira.*

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: que a cota de juros contida na primeira prestação seja SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial.

$$CJ_1 = (PV - PMT) \times i\%$$

$$CJ_1 = (1.000,00 - 0,00) \times 10\%$$

$$CJ_1 = 100,00$$

No cotejo com a tabela resultante da aplicação do 2º fator de autenticidade, verifica-se a coincidência entre os valores da cota de juros contida na primeira prestação, restando certificada a validade do 3º FATOR DE AUTENTICIDADE.

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: que, aplicada a taxa de juros na forma simples, a soma do valor das prestações, cada uma desjurificada desde o momento de sua respectiva ocorrência até o instante focal “zero”, seja igual ao capital inicial ou valor presente;

VALOR PRESENTE POR JUROS SIMPLES, A PARTIR DA PRESTAÇÃO

A partir da fórmula geral da prestação:

$$PMT_{JS} = \frac{2 \cdot PV \cdot [1 + (i\% \cdot n)]}{\{[(i\% \cdot n) - i\%] + 2\} \cdot n}$$

ou

$$PMT_{JS} = \frac{PV \cdot [1 + (i\% \cdot n)]}{\{1 + [i\% \cdot (n-1) / 2]\} \cdot n}$$

é possível apurar o valor presente:

$$PV_{JS} = \frac{PMT_{JS} \cdot \{1 + [i\% \cdot (n-1) / 2]\} \cdot n}{1 + (i\% \cdot n)}$$

em que PMT_{JS} = prestação a juros simples; $i\%$ = taxa de juros; n = prazo; PV = valor presente

Considere-se que, à taxa de 10% ao período, juros simples, há 5 prestações consecutivas, postecipadas, cada uma de 250,00 a serem pagas. Qual foi o valor financiado, equivalente ao valor presente?

$$PMT_{JS} = 250,00; i\% = 10\%; n = 5; PV = ?$$

$$PV = \frac{250,00 \cdot \{1 + 10\% \cdot [(5-1)/2]\} \cdot 5}{1 + (10\% \cdot 5)}$$

$$1 + (10\% \cdot 5)$$

$$PV = \frac{250,00 \times 1,20 \times 5}{1,50} = \frac{1.500,00}{1,50}$$

$$1,50$$

$$1,50$$

$$PV = 1.000,00$$

Mas é preciso entender o que há “por trás” ou “por dentro” destas fórmulas.

Se, a partir da prestação periódica, em caminho inverso, for necessário apurar qual foi o valor financiado, equivalente ao valor presente, cada prestação deve ser desjurificada, na forma simples, pelo número de períodos que a equipare ao valor presente, na data focal zero.

Então, para retornar à origem, sem atalho, cada valor de prestação deve percorrer o circuito por completo, ser ajustado até o momento “n” e, só depois, até “zero”.

Cabe lembrar que cada plano de financiamento é um sistema perfeito, com início em “zero” e fim em “n”, e todos os elementos do sistema são relacionados a estes dois pontos cardeais.

Em relação ao instante “n”, denominador do coeficiente de ajuste da prestação a juros simples para “0”, o fator relativo ao prazo integral é

$$1 + (i\% \cdot n)$$

e o fator relativo a cada momento “m”, numerador do coeficiente de ajuste da prestação a juros simples para “0”, é

$$1 + [i\% \cdot (n-m)]$$

Portanto, em juros simples, no momento de sua ocorrência, “m”, em relação ao instante inicial do prazo, “0”, para que seja cotejada com o valor presente, PV_{JS} , de um total de “n” períodos, cada prestação PMT_{JS} deve ser “desjurificada”, de forma linear ou aritmética, pelo coeficiente de ajuste da prestação a juros simples para “0”:

$$\frac{1 + [i\% \cdot (n-m)]}{1 + (i\% \cdot n)}$$

$$\frac{1 + (i\% \cdot n)}{1 + [i\% \cdot (n-m)]}$$

ou pelo coeficiente divisor

Alerta: no caso de juros simples, não há como simplificar o coeficiente de ajuste da prestação para “0”, sendo necessária a resolução da fórmula matemática, tal como retro apresentada. O divisor

$$\frac{1}{1 + i\% \cdot m}$$

é válido somente para ajuste da prestação do momento “n” para o instante “0”.

Considere-se que, à taxa de 10% ao período, capitalização simples de juros, há 5 prestações consecutivas, postecipadas, cada uma de 250,00 a serem pagas.

O valor da prestação é igual em todos os momentos intermediários:

$$PMT_{JS} = PMT_{JS1} = PMT_{JS2} = PMT_{JS3} = PMT_{JS4} = PMT_{JS5}$$

O valor presente ou atual de cada prestação será:

$$PV_{JSPMTm} = \frac{PMT_{JS} \cdot \{1 + [i\% \cdot (n-m)]\}}{1 + (i\% \cdot n)}$$

$$PV_{JSPMT1} = \frac{PMT_{JS} \cdot 1 + [10\% \cdot (5-1)]}{1 + (10\% \cdot 5)} = \frac{PMT_{JS} \cdot (1 + 10\% \cdot 4)}{1 + (10\% \cdot 5)} = \frac{PMT_{JS} \cdot 1,40}{1,50} = PMT_{JS} \cdot 0,933333$$

$$PV_{JSPMT2} = \frac{PMT_{JS} \cdot 1 + [10\% \cdot (5-2)]}{1 + (10\% \cdot 5)} = \frac{PMT_{JS} \cdot (1 + 10\% \cdot 3)}{1 + (10\% \cdot 5)} = \frac{PMT_{JS} \cdot 1,30}{1,50} = PMT_{JS} \cdot 0,866666$$

$$PV_{JSPMT3} = \frac{PMT_{JS} \cdot 1 + [10\% \cdot (5-3)]}{1 + (10\% \cdot 5)} = \frac{PMT_{JS} \cdot (1 + 10\% \cdot 2)}{1 + (10\% \cdot 5)} = \frac{PMT_{JS} \cdot 1,20}{1,50} = PMT_{JS} \cdot 0,800000$$

$$PV_{JSPMT4} = \frac{PMT_{JS} \cdot 1 + [10\% \cdot (5-4)]}{1 + (10\% \cdot 5)} = \frac{PMT_{JS} \cdot (1 + 10\% \cdot 1)}{1 + (10\% \cdot 5)} = \frac{PMT_{JS} \cdot 1,10}{1,50} = PMT_{JS} \cdot 0,733333$$

$$PV_{JSPMT5} = \frac{PMT_{JS} \cdot 1 + [10\% \cdot (5-5)]}{1 + (10\% \cdot 5)} = \frac{PMT_{JS} \cdot (1 + 10\% \cdot 0)}{1 + (10\% \cdot 5)} = \frac{PMT_{JS} \cdot 1,00}{1,50} = PMT_{JS} \cdot 0,666666$$

A soma dos valores futuros de cada prestação periódica deve ser igual ao capital inicial ou valor presente:

$$PV_{JS} = PV_{JSPMT1} + PV_{JSPMT2} + PV_{JSPMT3} + PV_{JSPMT4} + PV_{JSPMT5}$$

O valor da prestação, $PMT_{JS} = 250,00$, multiplicado pela soma dos coeficientes de jurificação das prestações

$$0,933333 + 0,866666 + 0,800000 + 0,733333 + 0,666666 = 4,000000$$

deve ser igual ao valor presente PV_{JS} .

$$PV_{JS} = 250,00 \times 4,00000$$

$$PV_{JS} = 1.000,00.$$

De forma resumida, uma a uma, a primeira prestação tem juros simples capitalizados de 1 período; a segunda, de 2; e assim por diante, até a quinta, 5.

$$FVS_{JS} \text{ da } PMT_{JS} = PV_{JS} \cdot (1 + i\%.m)$$

$$250,00 = PV_{JS} \times (1 + 10\%.1) \therefore 250,00 = PV_{JS} \times 1,1000 \therefore PV_1 = 233,33$$

$$250,00 = PV_{JS} \times (1 + 10\%.2) \therefore 250,00 = PV_{JS} \times 1,2000 \therefore PV_2 = 216,67$$

$$250,00 = PV_{JS} \times (1 + 10\%.3) \therefore 250,00 = PV_{JS} \times 1,3000 \therefore PV_3 = 200,00$$

$$250,00 = PV_{JS} \times (1 + 10\%.4) \therefore 250,00 = PV_{JS} \times 1,4000 \therefore PV_4 = 183,33$$

$$250,00 = PV_{JS} \times (1 + 10\%.5) \therefore 250,00 = PV_{JS} \times 1,5000 \therefore PV_5 = 166,67$$

$$PV_{JS} = PV_{JS1} + PV_{JS2} + PV_{JS3} + PV_{JS4} + PV_{JS5}$$

$$PV_{JS} = 233,33 + 216,67 + 200,00 + 183,33 + 166,67$$

$$PV_{JS} = 1.000,00$$

CÁLCULO DO VALOR PRESENTE DAS PRESTAÇÕES A JUROS SIMPLES (pelo prazo até o início)

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
			Σ				Σ
m	n-m		6,0000	1,5000	$CVP_p = FVP_{Nm} / FVP_D$	$CVP_q = FVP_D / FVP_{Nm}$	1.000,00
0	5	250,00		Σ	4,000000	Σ	1.000,00
1	4	250,00	1,4000	1,5000	0,933333	1,071429	233,33
2	3	250,00	1,3000	1,5000	0,866667	1,153846	216,67
3	2	250,00	1,2000	1,5000	0,800000	1,250000	200,00
4	1	250,00	1,1000	1,5000	0,733333	1,363636	183,33
5	0	250,00	1,0000	1,5000	0,666667	1,500000	166,67

Deste modo, restou certificada a prova real de que o valor da prestação PMT_{JS} de 250,00, congruente com o conceito de progressões aritméticas, confere validade ao 4º FATOR DE AUTENTICIDADE, uma vez que, aplicada a taxa de juros na forma simples, a soma do valor das prestações, cada uma desjurificada desde o momento de sua respectiva ocorrência até o instante focal “zero”, é exatamente igual ao capital inicial ou valor presente.

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: que, considerando a sistemática de juros simples, em que não há incidência de juros sobre juros, em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor do capital inicial e os juros incidentes sobre a soma das prestações até o momento anterior.

NUM PARC	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS A JUROS SIMPLES	JURO SIMPLES SOBRE CAPITAL INICIAL	JURO SIMPLES SOBRE SOMA DAS PRESTAÇÕES ANTERIORES	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS SIMPLES
0	1.000,00							1.000,00
1	1.000,00	250,00	250,00	100,00	-	100,00	150,00	850,00
2	1.000,00	250,00	500,00	100,00	25,00	75,00	175,00	675,00
3	1.000,00	250,00	750,00	100,00	50,00	50,00	200,00	475,00
4	1.000,00	250,00	1.000,00	100,00	75,00	25,00	225,00	250,00
5	1.000,00	250,00	1.250,00	100,00	100,00	-	250,00	-

ou

NUM PARC	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	DIFERENÇA ENTRE VALOR PRESENTE E A SOMA DAS PRESTAÇÕES ANTERIORES	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS SIMPLES
0	1.000,00					1.000,00
1	1.000,00	250,00	1.000,00	100,00	150,00	850,00
2	1.000,00	250,00	750,00	75,00	175,00	675,00
3	1.000,00	250,00	500,00	50,00	200,00	475,00
4	1.000,00	250,00	250,00	25,00	225,00	250,00
5	1.000,00	250,00	-	-	250,00	-

COMPROVAÇÃO CABAL DA CONSISTÊNCIA DO MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS SIMPLES (MQJS / SIMPLEX)

Importante lembrar a cláusula pétrea da Matemática Financeira, de que dois ou mais valores, só e exclusivamente, são iguais entre si, se tiverem o mesmo valor nominal e se referirem à mesma data focal.

Em cada momento, através do encontro de contas, cotejo entre entradas e saídas, débitos e créditos, é possível apurar o valor das cotas de juros simples e as de amortização contidas em cada prestação, e, por consequência, a partir destas verbas, os saldos devedores intermediários, entre o instante zero e o instante “n”.

No exemplo adotado neste estudo, em um empréstimo a juros simples ou lineares, prazo (n) = 5; taxa (i%) = 10%; capital (C) = 1.000,00, prestação (PMT_{JS}) = 250,00, valor exato e perfeito para a quitação do empréstimo, o plano de amortização sob o regime de capitalização simples, inclusive com a mecânica de cálculo das cotas de juro e de amortização, é construído da maneira que segue.

A partir do desenvolvimento algébrico retro apresentado, na forma simples, também foi possível deduzir fórmulas dos juros em cada um dos períodos, que igualmente se constituem em algoritmos de fácil aplicação.

ALGORITMO DO MQJS / SIMPLEX

A tabela SIMPLEX ou MQJS contendo saldo devedor, cotas de juro e de amortização, nada mais é do que a expressão de um algoritmo, conjunto de regras e operações próprias para se fazer os cálculos de forma facilitada, com número finito de etapas.

- (1) Cálculo da prestação periódica a partir da fórmula geral do Método Gauss

$$\boxed{\text{PMT}_{JS} = \frac{2 \cdot PV \cdot [1 + (i\% \cdot n)]}{\{(i\% \cdot n) - i\% + 2\} \cdot n}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\text{PMT}_{JS} = \frac{PV \cdot [1 + (i\% \cdot n)]}{\{1 + [i\% \cdot (n-1)/2]\} \cdot n}}$$

- (2) Cálculo da cota de juros:

A COTA DE JURO SIMPLES VENCIDO DE CADA MOMENTO, A PARTIR DO PRIMEIRO, RESULTA DA APLICAÇÃO DA TAXA PREDEFINIDA SOBRE A DIFERENÇA (COMPENSAÇÃO) ENTRE O CAPITAL INICIAL E O SOMATÓRIO DO VALOR NOMINAL DAS PRESTAÇÕES DOS PERÍODOS ANTERIORES ATÉ O MOMENTO “M-1”.

$$CJ_m = i\% \cdot [PV - \sum \text{PMT}_{JS \text{ de } 1 \text{ até } m-1}]$$

ou

A COTA DE JURO SIMPLES DE CADA PERÍODO RESULTA DA INCIDÊNCIA DA TAXA DE JUROS SOBRE A DIFERENÇA (COMPENSAÇÃO) ENTRE O SALDO DEVEDOR ANTERIOR E A SOMA DAS COTAS DE JURO ANTERIORES, ENTRE O MOMENTO “1” E O “M-1”.

$$CJ_m = i\% \cdot (SD_{m-1} - \sum CJ \text{ de } 1 \text{ até } m-1)$$

ou

$$CJ_m = i\% \cdot \{PV - [PMT \cdot (m-1)]\}$$

- (3) A cota de amortização resulta da diferença entre o valor da prestação e a cota de juros

$$CA_1 = SD_0 - CJ_1$$

- (4) Em qualquer momento, para ser efetivo e real, cada saldo devedor parcial deve resultar da diferença entre o valor principal jurificado até o momento e a soma das prestações ocorridas até então, também jurificadas.

$$SD_m = PV_{\text{mais juros de 0 até m}} - \sum PMT_{JS \text{ ocorridas mais juros até m}}$$

Mediante uso das propriedades das progressões aritméticas:

$$SD_m = [PV \cdot (1 + i\%.m)] - PMT_{JS} \cdot m \cdot \frac{\{1 + [i\%. (m-1)] \}}{2}$$

O saldo devedor também pode ser apurado simplesmente mediante subtração da cota de amortização do saldo devedor anterior.

$$SD_1 = SD_0 - CA_1$$

- (5) Repete-se os passos 2 a 4, em looping, de período em período, “m” a “m”, até a data focal “n”.

Como decorrência natural das leis imutáveis da Matemática Financeira, em qualquer data focal, o saldo devedor remanescente será sempre a compensação entre os valores recebidos e pagos, em encontro de contas entre entradas e saídas, créditos versus débitos.

No caso do SIMPLEX ou MQJS, o saldo devedor será a diferença entre o capital inicial jurificado na forma simples até a data focal em análise e o resultado da soma das prestações vencidas jurificada na forma simples também até a data focal atual.

O valor do juro simples em cada data é obtido mediante aplicação da taxa contratada sobre a diferença jurificada entre o saldo devedor anterior e o somatório nominal dos juros incidentes sobre as prestações anteriores.

Observe-se que a capitalização simples em cada período é retratada pelo expurgo dos juros anteriores.

No **momento inicial “0”**, o capital inicial é de 1.000,00, e não há pagamento de prestação, portanto, inexistem cotas de juros vencidos e de amortização.

O saldo devedor é $SD_0 = 1.000,00$.

No **momento 1**:

Cota de juros na prestação: $CJ_1 = CJ_{PV} - CJ_{PMT0}$

JQS1:

Capital inicial

$PV = 1.000,00$

Cota de juros sobre capital inicial

$$CJ_{PV} = PV_0 \cdot i\% = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PV} = 100,00$$

Prestações ocorridas até o momento anterior: não há

$$PMT_0 = 0,00$$

Cota de juros sobre prestações ocorridas até o momento anterior: não há

$$CJ_{PMT0} = 0,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PMT0} = 0,00$$

Cota de juros na prestação do momento 1

$$CJ_1 = CJ_{PV0} - CJ_{PMT0} = 100,00 - 0,00$$

$$CJ_1 = 100,00$$

ou

$$CJ_1 = i\% \cdot [PV - PMT_{JS} \cdot (m-1)]$$

$$CJ_1 = i\% \cdot [PV - PMT_{JS} \cdot (2-1)]$$

$$CJ_1 = 10\% \times \{1.000,00 - [250,00 \times (1-1)]\}$$

$$CJ_1 = 10\% \times \{1.000,00 - [250,00 \times 0]\}$$

$$CJ_1 = 10\% \times \{1.000,00 - 0,00\} = 10\% \times 1.000,00$$

$$CJ_1 = 100,00$$

JQS2:

$$CJ_1 = i\% \cdot (SD_{1-1} - \sum CJ_{\text{de 1 até 1-1}})$$

$$CJ_1 = 10\% \times (SD_{\text{em zero}} - \sum CJ_{\text{em zero}}) = 10\% \times (1.000,00 - 0,00) = 10\% \times 1.000,00$$

$$CJ_1 = 100,00$$

Cota de amortização na prestação do momento 1:

$$CA_1: PMT_{JS1} - CJ_1 = 250,00 - 100,00$$

$$CA_1 = 150,00$$

Saldo devedor após o pagamento da prestação do momento 1:

$$SD_1 = SD_0 - CA_1 = 1.000,00 - 150,00$$

$$SD_1 = 850,00$$

ou

$$PV_{\text{mais juros de 0 até m}}: 1.000,00 \times [1 + (10\% \times 1)] = 1.100,00$$

$$PMT_{JS1}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 0)] = 250,00 \times 1,00 = 250,00$$

$$\sum PMT_{JS} \text{ ocorridas mais juros até m}$$

$$PMT_{JS1} = 250,00$$

$$SD_m = PV_{\text{mais juros de 0 até m}} - \sum PMT_{JS} \text{ ocorridas mais juros até m}$$

$$SD_1 = 1.100,00 - 250,00$$

$$SD_1 = 850,00$$

ou

$$SD_1 = [1.000,00 \cdot (1 + 10\% \cdot 1)] - 250,00 \cdot 1 \cdot \frac{\{1 + [1 + 10\% \cdot (1-1)]\}}{2}$$

$$SD_1 = [1.000,00 \cdot (1 + 10\%)] - 250,00 \cdot 1 \cdot \frac{\{1 + [1 + 10\% \cdot (0)]\}}{2}$$

$$SD_1 = [1.000,00 \cdot (1,10)] - 250,00 \cdot 1 \cdot \frac{\{1 + [1 + 0]\}}{2}$$

$$SD_1 = 1.100,00 - 250,00 \cdot 1 \cdot \frac{\{1 + 1\}}{2} = 1.100,00 - 250,00$$

$$SD_1 = 850,00$$

No momento 2:

$$\text{Cota de juros na prestação: } CJ_2 = CJ_{PV} - CJ_{PMT1}$$

JQS1:

Capital inicial

$$PV = 1.000,00$$

Cota de juros sobre capital inicial

$$CJ_{PV} = PV \times i\% = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PV} = 100,00$$

Prestações ocorridas até o momento anterior:

$$PMT_1 = 250,00$$

Cota de juros sobre prestações ocorridas até o momento anterior

$$CJ_{PMT1} = 250,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PMT1} = 25,00$$

Cota de juros na prestação do momento 2:

$$CJ_2 = 100,00 - 25,00$$

$$CJ_2 = 75,00$$

ou

$$CJ_2 = i\% \cdot [PV - PMT_{JS} \cdot (m-1)]$$

$$CJ_2 = i\% \cdot [PV - PMT_{JS} \cdot (2-1)]$$

$$CJ_2 = 10\% \times \{1.000,00 - [250,00 \times (2-1)]\}$$

$$CJ_2 = 10\% \times \{1.000,00 - [250,00 \times (1)]\}$$

$$CJ_2 = 10\% \times \{1.000,00 - 250,00\} = 10\% \times 750,00$$

$$CJ_2 = 75,00$$

JQS2:

$$CJ_2 = i\% \cdot (SD_{2-1} - \sum CJ_{\text{de 1 até 2-1}})$$

$$CJ_2 = 10\% \times (SD_1 - \sum CJ_{\text{de 1 até 1}}) = 10\% \times (850,00 - 100,00) = 10\% \times 750,00$$

$$CJ_2 = 75,00$$

Cota de amortização na prestação do momento 2:

$$CA_2: PMT_2 - CJ_2 = 250,00 - 75,00$$

$$CA_2 = 175,00$$

Saldo devedor após o pagamento da prestação do momento 2:

$$SD_2 = SD_1 - A_2 = 850,00 - 175,00$$

$$SD_2 = 675,00$$

ou

$$PV_{\text{mais juros de 0 até m}}: 1.000,00 \times [1 + (10\% \times 2)] = 1.200,00$$

$$PMT_{JS1}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 1)] = 250,00 \times 1,10 = 275,00$$

$$PMT_{JS2}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 0)] = 250,00 \times 1,00 = 250,00$$

$$\sum PMT_{JS \text{ ocorridas mais juros até m}}$$

$$PMT_{JS1} + PMT_{JS2} = 275,00 + 250,00 = 525,00$$

$$SD_m = PV_{\text{mais juros de 0 até m}} - \sum PMT_{JS \text{ ocorridas mais juros até m}}$$

$$SD_2 = 1.200,00 - 525,00$$

$$SD_2 = 675,00$$

ou

$$SD_2 = [1.000,00 \cdot (1 + 10\%.2)] - 250,00 \cdot 2 \cdot \frac{\{1 + [1 + 10\%. (2-1)]\}}{2}$$

$$SD_2 = [1.000,00 \cdot (1 + 20\%)] - 250,00 \cdot 2 \cdot \frac{\{1 + [1 + 10\%. (1)]\}}{2}$$

$$SD_2 = [1.000,00 \cdot (1,20)] - 250,00 \cdot 2 \cdot \frac{\{1 + [1,1]\}}{2}$$

$$SD_2 = 1.200,00 - 250,00 \cdot 2 \cdot \frac{\{2,1\}}{2} = 1.200,00 - 525,00$$

2

$$SD_2 = 675,00$$

No momento 3:

Cota de juros na prestação: $CJ_3 = CJ_{PV} - CJ_{PMT1} - CJ_{PMT2}$

JQS1:

Capital inicial

$$PV = 1.000,00$$

Cota de juros sobre capital inicial

$$CJ_{PV} = PV \times i\% = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PV} = 100,00$$

Prestações ocorridas até o momento anterior:

$$PMT_1 = 250,00$$

$$PMT_2 = 250,00$$

Cota de juros na prestação do momento 3:

$$CJ_{PMT1} = 250,00 \times 10\% = 25,00$$

$$CJ_{PMT2} = 250,00 \times 10\% = 25,00$$

$$CJ_3 = 100,00 - 25,00 - 25,00 = 100,00 - 50,00$$

$$CJ_3 = 50,00$$

ou

$$CJ_3 = i\% \cdot [PV - PMT_{JS} \cdot (m-1)]$$

$$CJ_3 = i\% \cdot [PV - PMT_{JS} \cdot (3-1)]$$

$$CJ_3 = 10\% \times \{1.000,00 - [250,00 \times (3-1)]\}$$

$$CJ_3 = 10\% \times \{1.000,00 - [250,00 \times (2)]\}$$

$$CJ_3 = 10\% \times \{1.000,00 - 500,00\} = 10\% \times 500,00$$

$$CJ_3 = 50,00$$

JQS2:

$$CJ_3 = i\% \cdot (SD_{3-1} - \sum CJ_{\text{de 1 até 3-1}})$$

$$CJ_3 = 10\% \times (SD_2 - \sum J_{\text{de 1 até 2}}) = 10\% \times [675,00 - (100,00 + 75,00)]$$

$$CJ_3 = 10\% \times (675,00 - 175,00) = 10\% \times 500,00$$

$$CJ_3 = 50,00$$

Cota de amortização na prestação do momento 3:

$$CA_3 = PMT_3 - CJ_3 = 250,00 - 50,00$$

$$CA_3 = 200,00$$

Saldo devedor após o pagamento da prestação do momento 3:

$$SD_3 = SD_2 - CA_3 = 675,00 - 200,00$$

$$SD_3 = 475,00$$

ou

$$PV_{\text{mais juros de 0 até m}}: 1.000,00 \times [1 + (10\% \times 3)] = 1.300,00$$

$$PMT_{JS1}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 2)] = 250,00 \times 1,20 = 300,00$$

$$PMT_{JS2}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 1)] = 250,00 \times 1,10 = 275,00$$

$$PMT_{JS3}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 0)] = 250,00 \times 1,00 = 250,00$$

$$\sum PMT_{JS} \text{ ocorridas mais juros até m}$$

$$PMT_{JS1} + PMT_{JS2} + PMT_{JS3} = 300,00 + 275,00 + 250,00 = 825,00$$

$$SD_m = PV_{\text{mais juros de 0 até m}} - \sum PMT_{JS} \text{ ocorridas mais juros até m}$$

$$SD_3 = 1.300,00 - 825,00$$

$$SD_3 = 475,00$$

ou

$$SD_3 = [1.000,00 \cdot (1 + 10\%.3)] - 250,00 \cdot 3 \cdot \frac{\{1 + [1 + 10\%. (3-1)]\}}{2}$$

$$SD_3 = [1.000,00 \cdot (1 + 30\%)] - 250,00 \cdot 3 \cdot \frac{\{1 + [1 + 10\%. (2)]\}}{2}$$

$$SD_3 = [1.000,00 \cdot (1,30)] - 250,00 \cdot 3 \cdot \frac{\{1 + [1,2]\}}{2}$$

$$SD_3 = 1.300,00 - 250,00 \cdot 3 \cdot \frac{\{2,2\}}{2} = 1.300,00 - 825,00 = 475,00$$

$$SD_3 = 475,00$$

No momento 4:

$$\text{Cota de juros: } CJ_4 = CJ_{PV} - CJ_{PMT1} - CJ_{PMT2} - CJ_{PMT3}$$

JQS1:

Capital inicial

$$PV = 1.000,00$$

Cota de juros sobre capital inicial

$$CJ_{PV} = PV \times i\% = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PV} = 100,00$$

Prestações ocorridas até o momento anterior:

$$PMT_1 = 250,00$$

$$PMT_2 = 250,00$$

$$PMT_3 = 250,00$$

Cota de juros na prestação do momento 4:

$$CJ_{PMT1} = 250,00 \times 10\% = 25,00$$

$$CJ_{PMT2} = 250,00 \times 10\% = 25,00$$

$$CJ_{PMT3} = 250,00 \times 10\% = 25,00$$

$$CJ_4 = 100,00 - 25,00 - 25,00 - 25,00 = 100,00 - 75,00$$

$$CJ_4 = 25,00$$

ou

$$CJ_4 = i\% \cdot [PV - PMT_{JS} \cdot (m-1)]$$

$$CJ_4 = i\% \cdot [PV - PMT_{JS} \cdot (4-1)]$$

$$CJ_4 = 10\% \times \{1.000,00 - [250,00 \times (4-1)]\}$$

$$CJ_4 = 10\% \times \{1.000,00 - [250,00 \times (3)]\}$$

$$CJ_4 = 10\% \times \{1.000,00 - 750,00\} = 10\% \times 250,00$$

$$CJ_4 = 25,00$$

JQS2:

$$CJ_4 = i\% \cdot (SD_{4-1} - \sum CJ_{\text{de 1 até 4-1}})$$

$$CJ_4 = 10\% \times (SD_3 - \sum CJ_{\text{de 1 até 3}}) = 10\% \times [475,00 - (100,00 + 75,00 + 50,00)]$$

$$CJ_4 = 10\% \times (475,00 - 225,00) = 10\% \times 250,00$$

$$CJ_4 = 25,00$$

Cota de amortização na prestação do momento 4:

$$CA_4 = PMT_4 - CJ_4 = 250,00 - 25,00$$

$$CA_4 = 225,00$$

Saldo devedor após o pagamento da prestação do momento 4:

$$SD_4 = SD_3 - CA_4 = 475,00 - 225,00$$

$$SD_4 = 250,00$$

ou

$$PV_{\text{mais juros de 0 até m}}: 1.000,00 \times [1 + (10\% \times 4)] = 1.400,00$$

$$PMT_{JS1}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 3)] = 250,00 \times 1,30 = 325,00$$

$$PMT_{JS2}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 2)] = 250,00 \times 1,20 = 300,00$$

$$PMT_{JS3}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 1)] = 250,00 \times 1,10 = 275,00$$

$$PMT_{JS4}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 0)] = 250,00 \times 1,00 = 250,00$$

$$\sum PMT_{JS} \text{ ocorridas mais juros até m}$$

$$PMT_{JS1} + PMT_{JS2} + PMT_{JS3} + PMT_{JS4} = 325,00 + 300,00 + 275,00 + 250,00 = 1.150,00$$

$$SD_m = PV_{\text{mais juros de 0 até m}} - \sum PMT_{JS \text{ ocorridas mais juros até m}}$$

$$SD_4 = 1.400,00 - 1.150,00$$

$$SD_4 = 250,00$$

ou

$$SD_4 = [1.000,00 \cdot (1 + 10\%.4)] - 250,00 \cdot 4 \cdot \frac{\{1 + [1 + 10\% \cdot (4-1)]\}}{2}$$

$$SD_4 = [1.000,00 \cdot (1 + 40\%)] - 250,00 \cdot 4 \cdot \frac{\{1 + [1 + 10\% \cdot (3)]\}}{2}$$

$$SD_4 = [1.000,00 \cdot (1,40)] - 250,00 \cdot 4 \cdot \frac{\{1 + [1,3]\}}{2}$$

$$SD_4 = 1.400,00 - 250,00 \cdot 4 \cdot \frac{\{2,3\}}{2} = 1.400,00 - 1.150,00 = 250,00$$

No momento 5:

$$\text{Cota de juros: } CJ_5 = CJ_{PV} - CJ_{PMT1} - CJ_{PMT2} - CJ_{PMT3} - CJ_{PMT4}$$

JQS1:

Capital inicial

$$PV = 1.000,00$$

Cota de juros sobre capital inicial

$$CJ_{PV} = PV \times i\% = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_{PV} = 100,00$$

Prestações ocorridas até o momento anterior:

$$PMT_1 = 250,00$$

$$PMT_2 = 250,00$$

$$PMT_3 = 250,00$$

$$PMT_4 = 250,00$$

Cota de juros na prestação do momento 5:

$$CJ_{PMT1} = 250,00 \times 10\% = 25,00$$

$$CJ_{PMT2} = 250,00 \times 10\% = 25,00$$

$$CJ_{PMT3} = 250,00 \times 10\% = 25,00$$

$$CJ_{PMT4} = 250,00 \times 10\% = 25,00$$

$$CJ_5 = 100,00 - 25,00 - 25,00 - 25,00 - 25,00 = 100,00 - 100,00$$

$$CJ_5 = 0,00$$

ou

$$CJ_5 = i\% \cdot [PV - PMT_{JS} \cdot (m-1)]$$

$$CJ_5 = i\% \cdot [PV - PMT_{JS} \cdot (5-1)]$$

$$CJ_5 = 10\% \times \{1.000,00 - [250,00 \times (5-1)]\}$$

$$CJ_5 = 10\% \times \{1.000,00 - [250,00 \times (4)]\}$$

$$CJ_5 = 10\% \times \{1.000,00 - 1.000,00\} = 10\% \times 00,00$$

$$CJ_5 = 00,00$$

JQS2:

$$CJ_5 = i\% \cdot (SD_{5-1} - \sum CJ_{\text{de 1 até 5-1}})$$

$$CJ_5 = 10\% \times (SD_4 - \sum CJ_{\text{de 1 até 4}}) = 10\% \times [250,00 - (100,00 + 75,00 + 50,00 + 25,00)]$$

$$CJ_5 = 10\% \times (250,00 - 250,00) = 10\% \times 0,00$$

$$CJ_5 = 0,00$$

Cota de amortização na prestação do momento 5:

$$CA_5 = PMT_5 - CJ_5 = 250,00 - 0,00$$

$$CA_5 = 250,00$$

Saldo devedor após o pagamento da prestação do momento 5:

$$SD_5 = SD_4 - CA_5 = 250,00 - 250,00$$

$$SD_5 = 0,00$$

ou

$$SD_5 = [1.000,00 \cdot (1 + 10\% \cdot 5)] - 250,00 \cdot 5 \cdot \frac{\{1 + [1 + 10\% \cdot (5-1)]\}}{2}$$

$$SD_5 = [1.000,00 \cdot (1 + 50\%)] - 250,00 \cdot 5 \cdot \frac{\{1 + [1 + 10\% \cdot (4)]\}}{2}$$

$$SD_5 = [1.000,00 \cdot (1,50)] - 250,00 \cdot 5 \cdot \frac{\{1 + [1,4]\}}{2}$$

$$SD_5 = 1.500,00 - 250,00 \cdot 5 \cdot \frac{\{2,4\}}{2} = 1.500,00 - 1.500,00$$

$$SD_5 = 0,00$$

ou

$$PV_{\text{mais juros de 0 até m}}: 1.000,00 \times [1 + (10\% \times 5)] = 1.500,00$$

$$PMT_{JS1}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 4)] = 250,00 \times 1,40 = 350,00$$

$$PMT_{JS2}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 3)] = 250,00 \times 1,30 = 325,00$$

$$PMT_{JS3}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 2)] = 250,00 \times 1,20 = 300,00$$

$$PMT_{JS4}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 1)] = 250,00 \times 1,10 = 275,00$$

$$PMT_{JS5}: 250,00 \times [1 + (10\% \times 0)] = 250,00 \times 1,00 = 250,00$$

$$\sum PMT_{JS} \text{ ocorridas mais juros até } m$$

$$PMT_{JS1} + PMT_{JS2} + PMT_{JS3} + PMT_{JS4} + PMT_{JS5} = 350,00 + 325,00 + 300,00 + 275,00 + 250,00 = 1.500,00$$

$$SD_m = PV_{\text{mais juros de 0 até } m} - \sum PMT_{JS} \text{ ocorridas mais juros até } m$$

$$SD_5 = 1.500,00 - 1.500,00$$

$$SD_5 = 0,00$$

MQJS - MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS SIMPLES

NUM PARC	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS A JUROS SIMPLES	JURO SIMPLES SOBRE CAPITAL INICIAL	JURO SIMPLES SOBRE SOMA DAS PRESTAÇÕES ANTERIORES	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR
0	1.000,00						
1	1.000,00	250,00	100,00	-	100,00	150,00	1.000,00
2	1.000,00	500,00	100,00	25,00	75,00	175,00	750,00
3	1.000,00	750,00	100,00	50,00	50,00	200,00	500,00
4	1.000,00	1.000,00	100,00	75,00	25,00	225,00	250,00
5	1.000,00	1.250,00	100,00	100,00	-	250,00	-

JUROS SIMPLES						
Momento	0	1	2	3	4	5
	PV	PV	PV	PV	PV	PV
Capital inicial ou PV	1.000,00	1.000,00	1.000,00	1.000,00	1.000,00	1.000,00
		Juro sobre PV 0	Juro sobre PV 1	Juro sobre PV 2	Juro sobre PV 3	Juro sobre PV 4
Juros sobre PV		100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
		PMT 1	PMT 2	PMT 3	PMT 4	PMT 5
Valor da prestação		250,00	250,00	250,00	250,00	250,00
			Juro sobre PMT 1	Juro sobre PMT 2	Juro sobre PMT 3	Juro sobre PMT 4
Juros de 1 período			25,00	25,00	25,00	25,00
				Juro sobre PMT 1	Juro sobre PMT 2	Juro sobre PMT 3
Juros de 2 períodos				25,00	25,00	25,00
					Juro sobre PMT 1	Juro sobre PMT 2
Juros de 3 períodos					25,00	25,00
						Juro sobre PMT 1
Juros de 4 períodos						25,00
Soma dos juros sobre PMTs		0,00	25,00	50,00	75,00	100,00
Diferença entre juros PV e PMTs		100,00	75,00	50,00	25,00	0,00
Saldo devedor	1.000,00	1.000,00	850,00	675,00	475,00	250,00
Cota de amortização		150,00	175,00	200,00	225,00	250,00
Saldo remanescente	1.000,00	850,00	675,00	475,00	250,00	0,00

Mais uma forma de demonstrar a validade e a consistência do MQJS: por dedução lógica, há de se considerar que a diferença entre dois saldos devedores consecutivos equivale ao valor amortizado pela prestação paga no momento considerado.

$$CA_m = SD_{m-1} - SD_m$$

Por conseguinte, a cota de juros é a diferença entre o valor da prestação (R\$ 250,00) e a cota de amortização.

$$SD_0 - SD_1 = 1.000,00 - 850,00 = 150,00 = CA_1 \quad CJ_1 = PMT - CA_1 = 100,00$$

$$SD_1 - SD_2 = 850,00 - 675,00 = 175,00 = CA_2 \quad CJ_2 = PMT - CA_2 = 75,00$$

$$SD_2 - SD_3 = 675,00 - 475,00 = 200,00 = CA_3 \quad CJ_3 = PMT - CA_3 = 50,00$$

$$SD_3 - SD_4 = 475,00 - 250,00 = 225,00 = CA_4 \quad CJ_4 = PMT - CA_4 = 25,00$$

$$SD_4 - SD_5 = 250,00 - 0,00 = 250,00 = CA_5 \quad CJ_5 = PMT - CA_5 = 0,00$$

Em resumo:

Capital inicial	Prestação PMT =	250,00	i% =	10%	Prazo (n)=	5
1.000,00	Momento "m"	1	2	3	4	5
Opção 1						
Saldo anterior	A = G anterior	1.000,00	850,00	675,00	475,00	250,00
Prestação PMT	B = PMT calculada	250,00	250,00	250,00	250,00	250,00
Soma dos juros anteriores	C = C anterior - E anterior	-	100,00	175,00	225,00	250,00
Base de cálculo da cota de juros	D = A - C	1.000,00	750,00	500,00	250,00	-
Cota de juros	E = D x i%	100,00	75,00	50,00	25,00	-
Cota de amortização	F = B - E	150,00	175,00	200,00	225,00	250,00
Saldo devedor	G = A - F	850,00	675,00	475,00	250,00	-
Opção 2						
Capital inicial	H = dado inicial	1.000,00	1.000,00	1.000,00	1.000,00	1.000,00
Saldo anterior	I = O anterior	1.000,00	850,00	675,00	475,00	250,00
Soma das prestações anteriores	J = J anterior + B anterior	-	250,00	500,00	750,00	1.000,00
Base de cálculo da cota de juros	K = H - J	1.000,00	750,00	500,00	250,00	-
Cota de juros	L = K x i%	100,00	75,00	50,00	25,00	-
Cota de amortização	M = B - L	150,00	175,00	200,00	225,00	250,00
Saldo devedor	N = H - M	850,00	675,00	475,00	250,00	-
Opção 3						
Capital inicial atualizado	O = H x (1+i% x m)	1.100,00	1.200,00	1.300,00	1.400,00	1.500,00
Soma das prestações atualizadas	P = B*(1+(1+i%*(m-1))) * m/2	250,00	525,00	825,00	1.150,00	1.500,00
Saldo devedor	Q = O - P	850,00	675,00	475,00	250,00	-

Em analogia com a medicina, muito mais do que o exame visual, a radiografia, a ultrassonografia, a tomografia, e até a ressonância magnética, o detalhamento retro exposto expressa o diagnóstico e demonstra cirurgicamente o que está “por trás” ou “por dentro” de tabelas ou algoritmos elaborados com o intuito de facilitar os cálculos.

Isto é, embora haja modos mais rápidos de se processar os dados, é preciso compreender o exato procedimento, a lógica exata e a perfeita sistemática dos cálculos a fim de que seja possível explicar como se formam e apuram os juros simples.

Constata-se, assim, que, sob a sistemática de juros simples, além da prestação obtida ser exata e perfeita para a quitação do empréstimo, há, também, exata correspondência dos saldos devedores apurados, das cotas de juro e de amortização contidas em cada prestação, cuja soma, em ordem inversa, mediante desjurificação, resulta no valor exato do capital inicial.

Uma vez certificado o Pentateuco VDT, ou seja, a consistência simultânea dos cinco fatores de autenticidade, essa é a prova real de que o valor da prestação obtido é o único que corresponde aos pressupostos da aplicação de juros simples no método ou sistema de amortização adotado, em pleno atendimento à cláusula pétrea da Matemática Financeira, do dever de obediência ao valor do dinheiro no tempo, revelando sua adequação, confiabilidade, segurança, exatidão e consistência.

SIMPLEX ou MQJS - MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS SIMPLES (juro; amortização, SD)

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	SOMA DAS COTAS DE JUROS SIMPLES ANTERIORES	BASE DE CÁLCULO DA COTA DE JUROS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	% CORTA DE JUROS SOBRE SALDO DEVEDOR ANTERIOR	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS SIMPLES
0							1.000,00
1	250,00	-	1.000,00	100,00	10,0000%	150,00	850,00
2	250,00	100,00	750,00	75,00	8,8235%	175,00	675,00
3	250,00	175,00	500,00	50,00	7,4074%	200,00	475,00
4	250,00	225,00	250,00	25,00	5,2632%	225,00	250,00
5	250,00	250,00	-	-	0,0000%	250,00	-

CAPÍTULO 25 – ANÁLISE CRÍTICA E COMPROVAÇÃO DA INCONSTÂNCIA PARCIAL DO MÉTODO GAUSS

Já se comprovou que o valor perfeito e exato da prestação periódica de valor fixo, a juros simples, é obtido pelo SIMPLEX ou Método de Quitação a Juros Simples ou Método Linear de Prestações Constantes, com base no “Método Gauss”, também conhecido como Método do Índice Ponderado ou Método da Soma dos Dígitos.

Cabe analisar, no Método Gauss, o cômputo das cotas de juros e de amortização contidas em cada prestação, assim como os saldos devedores intermediários.

Cotas de juro e de amortização contidas nas prestações calculadas no método denominado “Gauss”

Inicialmente, observe-se que, no fluxo de caixa para evolução do valor futuro, a juros simples, o juro periódico se mantém o mesmo somente em relação ao capital inicial, pois é resultante do produto entre esta verba e a taxa.

Em assim sendo, a cada período, o valor fixo do juro periódico é proporcionalmente menor a cada saldo devedor sucessivo acumulado.

Em uma série de pagamentos, submetida a juros simples, a razão (a cota de acréscimo periódico) decrescente corresponde ao valor do juro periódico. O total a ser pago corresponde à multiplicação do encargo assim definido pelo prazo do financiamento.

Considerando os conceitos de progressão aritmética, quanto à amortização, o capital de \$1.000,00 é a soma (S_{PA}) dos termos da P.A., o prazo de 5 períodos é a quantidade de termos (n), faltando definir a razão, que certamente tem relação com a taxa de juros, 10%.

CAPITALIZAÇÃO SIMPLES DE JUROS (CSJ) - SISTEMA LINEAR OU ARITMÉTICO

NUM PERÍODO	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE (PV) (FV ANTERIOR)	VALOR DO JUROS MENSAL	% SOBRE SALDO ANTERIOR	% SOBRE CAPITAL INICIAL (PV)	NÚMERO DO TERMO DA P.A.	FV = VALOR FUTURO PERÍODO A PERÍODO
m	$PV_m = FV_{m-1}$	$i\% \cdot PV_m$	J_m / PV_m	J_m / PV_m	a_m	FV_m
0					1	1.000,00
1	1.000,00	100,00	10,00%	10,00%	2	1.100,00
2	1.100,00	100,00	9,09%	10,00%	3	1.200,00
3	1.200,00	100,00	8,33%	10,00%	4	1.300,00
4	1.300,00	100,00	7,69%	10,00%	5	1.400,00
5	1.400,00	100,00	7,14%	10,00%	6	1.500,00

O valor da prestação, no Método Linear, é obtido a partir do capital inicial já remunerado, ou seja, do montante ou valor futuro (FV).

A taxa sobre o saldo devedor, para a apropriação periódica e cálculo dos juros devidos em cada parcela, considera o IP, “Índice Ponderado” da soma dos prazos, ou seja, os juros pagos em cada parcela “rendem juros” da parcela “n” até 1. Ao invés de incidir sobre o saldo devedor, é multiplicado pelo tempo restante do prazo.

O Sistema de Juros Simples (critério da soma dos dígitos) consiste na divisão total dos juros ou dos encargos pelo somatório dos prazos (expressos por dígitos representativos do número de meses a decorrer), correspondente a cada prestação, sendo resultado dessa divisão multiplicado pelos respectivos prazos considerados na ordem inversa.

Como os juros são simples, é preciso somar o número total de parcelas, o que se faz com a fórmula:

$$SNTP = \frac{(n+1) \cdot n}{2}$$

em que:

SNTP = somatório do número de parcelas,

n = prazo de utilização em unidade de tempo.

O índice de ponderação I.P. equivale ao resultado da divisão entre os encargos do financiamento pela soma dos prazos, ou seja, o dividendo entre a subtração do produto entre a prestação e o prazo e o valor presente pela soma dos prazos:

I.P. = encargos do financiamento / soma dos prazos

I.P. = [(prestação x prazo) – valor presente] / soma dos prazos

I.P. = [(PMT_{linear} x n) – PV] / soma dos n

Pode-se então calcular o IP com a seguinte fórmula:

$$IP = \frac{2 \times [(PMT \cdot n) - PV]}{[(n+1) \cdot n]}$$

$$IP = \frac{(PMT \cdot n) - PV}{SNTP}$$

SNTP

$$IP = \frac{(PMT_{JS} \cdot n) - PV}{\frac{(n_1 + n_n) \cdot n}{2}}$$

$$IP = \frac{(PMT_{JS} \cdot n) - PV}{\frac{[(1+n) \cdot n]}{2}}$$

em que:

IP = índice de ponderação de juros,

PMT = prestação,

n = prazo de utilização em unidade de tempo,

PV = capital tomado emprestado,

SNTP = somatório do número de parcelas.

$PMT_{JS} = 250,00$; $i\% = 10\%$; $n = 5$; $PV = 1.000$

$$IP = \frac{(250,00 \times 5) - 1.000}{\frac{(1 + 5) \times 5}{2}}$$

$$IP = \frac{1.250,00 - 1.000}{\frac{6 \times 5}{2}}$$

$$IP = \frac{250,00}{\frac{30}{2}}$$

$$IP = \frac{250,00}{15}$$

$$IP = 16,66667...$$

O índice de ponderação nada mais é do que a razão da P.A. obtida para a evolução, no caso de prestações fixas.

A planilha contábil de evolução da dívida originada pelo Método Linear sob Prestações Constantes representa o seguinte fluxo iterativo:

- (1) uma vez obtida a prestação

$$PMT = \frac{2 \cdot PV \cdot [i\% \cdot (n+1)]}{[i\% \cdot (n - i\%) + 2] \cdot n}$$

- (2) e o índice ponderado

$$IP = \frac{(PMT \cdot n) - PV}{SNTD}$$

- (3) a parcela de juro embutido na parcela de um determinado período é obtida pela multiplicação do índice de ponderação (IP) pelo prazo faltante para o pagamento da última prestação ($n - m + 1$; n = prazo total; m = número da prestação), na ordem inversa. Na prática, o prazo restante é dado por $(n - m + 1)$, onde n é o prazo total e m é o número da prestação.

$$CJ = IP \cdot PR,$$

em que:

CJ = valor dos juros,

IP = índice de ponderação de juros,

PR = número de parcelas restantes (inclusive a parcela atual).

- (4) subtrair, do valor da prestação a ser pago, a cota de juro, para se obter a cota de amortização;

$$CA = PMT - CJ,$$

- (5) subtrair do saldo devedor do período anterior o valor da cota de amortização, para se obter o valor do saldo devedor no período atual.

$$SDm = SDm-1 - CA,$$

em que:

SDm = saldo devedor,

SDm-1 = saldo devedor anterior,

CJ = valor dos juros,

CA = valor da amortização.

Repete-se os passos 3, 4 e 5, até a data focal n.

GAUSS: PRESTAÇÃO, ÍNDICE PONDERADO, JUROS, AMORTIZAÇÃO E SALDO DEVEDOR

MO- MEN- TO	JURO DO PERÍODO	JURO SOBRE CAPITAL INICIAL	VALOR PRESENTE "PV" atualizado	JURO SOBRE SALDO DEVEDOR ANTERIOR	PRESTAÇÃO PERIÓDICA	PRT	JURO NA PRESTAÇÃO	AMORTI- ZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR RESIDUAL (PV)
						I.P. =	16,66667		
5		10,00%	1.000,00				Σ	1.000,00	Σ
0						5			1.000,00
1	100,00	10,00%	1.100,00	10,00%	250,00	4	83,33	166,67	833,33
2	100,00	10,00%	1.200,00	9,09%	250,00	3	66,67	183,33	650,00
3	100,00	10,00%	1.300,00	8,33%	250,00	2	50,00	200,00	450,00
4	100,00	10,00%	1.400,00	7,69%	250,00	1	33,33	216,67	233,33
5	100,00	10,00%	1.500,00	7,14%	250,00	-	16,67	233,33	-

Cabe observar que a soma dos juros e da amortização da prestação 1 com a prestação “n” é igual à soma dos juros da prestação 2 com a prestação “n-1”, e assim sucessivamente (da 3.ª com a “n-2” ...), em sintonia com a lei da progressão aritmética.

Os juros são calculados no momento da contratação, para então serem fracionados.

Neste sistema, não se calculam os juros sobre o saldo devedor imediatamente anterior, ao contrário dos métodos a juros compostos, em que há anatocismo.

A INCONSISTÊNCIA DAS COTAS DE JUROS E DE AMORTIZAÇÃO CONTIDAS NAS PRESTAÇÕES, E DOS SALDOS DEVEDORES INTERMEDIÁRIOS, NO MÉTODO GAUSS

A primeira comprovação de que, exceto quanto ao valor de prestação, o Método Gauss é inválido, está na cota de juros do primeiro período.

Não havendo juros anteriores a serem expurgados da base de cálculo, a primeira cota de juros deve ser necessariamente resultante do produto resultante da multiplicação entre o capital inicial ou valor presente e a taxa de juros.

Aliás, o primeiro período é o único instante, além do inicial, em que os juros simples são exatamente iguais aos juros compostos.

$$PV \cdot i\%$$

$$1.000,00 \times 10\% = 100,00$$

Mediante emprego do índice ponderado, por Gauss, a primeira cota de juros seria de 83,33, demonstrando inconsistência nesta forma de apuração deste encargo.

Este equívoco se repete nos períodos seguintes ao primeiro, tendo em vista que as cotas de juros apuradas pelo índice ponderado não atendem as disposições da lei do “valor do dinheiro no tempo”.

A segunda comprovação da invalidade do Método Gauss, exceto quanto ao acerto do valor da prestação, é decorrência lógica do erro na apuração das cotas de juros contidas nas prestações.

Havendo esse erro, forçosamente estará incorreto o valor da cota de amortização, uma vez que esta verba decorre da subtração entre o valor da prestação e a cota de juros.

Isso implica em valores diferentes das cotas de amortização do que seria justo, acarretando saldos intermediários menores do que os efetivamente devidos.

Ou seja, nos momentos diferentes do inicial e do final, quanto ao saldo devedor, o Método Gauss “favorece” o devedor e “prejudica” o credor, em contrariedade aos objetivos da Matemática Financeira, que é de “entregar” os valores exatos a serem pagos e recebidos.

SIMPLEX ou MQJS - MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS SIMPLES (juro; amortização, SD)

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	SOMA DAS COTAS DE JUROS SIMPLES ANTERIORES	BASE DE CÁLCULO DA COTA DE JUROS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS SIMPLES
0						1.000,00
1	250,00	-	1.000,00	100,00	150,00	850,00
2	250,00	100,00	750,00	75,00	175,00	675,00
3	250,00	175,00	500,00	50,00	200,00	475,00
4	250,00	225,00	250,00	25,00	225,00	250,00
5	250,00	250,00	-	-	250,00	-

NUM PARC	SALDO DEVEDOR PELO MÉTODO GAUSS	SALDO DEVEDOR PELO SIMPLEX OU MQJS - MÉTODO DE QUITACÃO A JUROS SIMPLES	DIFERENÇA
5			
0	1.000,00	1.000,00	-
1	833,33	850,00	(16,67)
2	650,00	675,00	(25,00)
3	450,00	475,00	(25,00)
4	233,33	250,00	(16,67)
5	-	-	-

Resta, assim, comprovado que, no Método Gauss, as cotas de juros e de amortização contidas nas prestações, assim como os saldos devedores intermediários resultantes, apresentam valores apurados incorretamente, em cotejo com a Lei do Valor do Dinheiro no Tempo, acarretando inconsistência da sistemática, exceto quanto ao valor da prestação.

CAPÍTULO 26 – PRAZO DE CARÊNCIA, COM E SEM PAGAMENTO DE JUROS, NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES (MQJS)

Há casos de empréstimos para pagamento em prestações postecipadas, em que o primeiro pagamento é previsto para ser feito após o cumprimento de um prazo de carência, intervalo de tempo em que não são feitos pagamentos, ou seja, o início da quitação de juros e amortização não ocorre no primeiro período.

SEM PAGAMENTO DE JUROS SIMPLES DURANTE O PERÍODO DE CARÊNCIA

Com base nos dados do exemplo retro considerado, se for previsto período de carência de 2 períodos:

Progressão aritmética

$$a_n = a_1 \cdot \{ 1 + [r \cdot (n - 1)] \}$$

$$a_1 = 1.000,00$$

$$r = 10,00\%$$

$$n = 8 \text{ termos}$$

$$a_n = 1.000,00 \times \{ 1 + [10,00\% \times (8 - 1)] \}$$

$$a_n = 1.000,00 \times \{ 1 + [10,00\% \times (7)] \}$$

$$a_n = 1.000,00 \times \{ 1 + [70,00\%] \}$$

$$a_n = 1.000,00 \times \{ 1 + 0,70 \}$$

$$a_n = 1.000,00 \times \{ 1,70 \}$$

$$a_n = 1.700,00$$

CAPITALIZAÇÃO SIMPLES DE JUROS (CSJ) - SISTEMA LINEAR OU ARITMÉTICO COM CARÊNCIA

NUM PERÍODO	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE (PV) (FV ANTERIOR)	% TAXA DE JUROS A APLICAR	VALOR DO JURO MENSAL	% SOBRE SALDO ANTERIOR	% SOBRE CAPITAL INICIAL (PV)	TAXA DE CRESCIMENTO DOS JUROS	NÚMERO DO TERMO DA P.A.	FV = VALOR FUTURO PERÍODO A PERÍODO
m	$PV_m = FV_{m-1}$	i%	$i\% \cdot PV_m$	J_m / PV_m	J_m / PV_m		a_m	FV_m
0							1	1.000,00
PERÍODO(S) DE CARÊNCIA ATÉ UM PERÍODO ANTES DO PRIMEIRO PAGAMENTO								
2			200,00					1.200,00
PERÍODO DE AMORTIZAÇÃO								
1	1.200,00	10,00%	100,00	8,33%	10,00%		2	1.300,00
2	1.300,00	10,00%	100,00	7,69%	10,00%	0,00%	3	1.400,00
3	1.400,00	10,00%	100,00	7,14%	10,00%	0,00%	4	1.500,00
4	1.500,00	10,00%	100,00	6,67%	10,00%	0,00%	5	1.600,00
5	1.600,00	10,00%	100,00	6,25%	10,00%	0,00%	6	1.700,00

CÁLCULO DO VALOR FUTURO DO CAPITAL INICIAL

$$FV = PV \cdot \{1 + [i\% \cdot (pk + n)]\}$$

$$FV = 1.000,00 \times \{1 + [10,00\% \times (5 + 2)]\}$$

$$FV = 1.000,00 \times \{1 + [10,00\% \times 7]\}$$

$$FV = 1.000,00 \times \{1 + 0,70\}$$

$$FV = 1.000,00 \times 1,70$$

$$FV = 1.700,00$$

CÁLCULO DO VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS SIMPLES

$$PMT = FV / \text{Soma Coeficientes Jurificação PMT}$$

PV= 1.000,00		i% = 10,00%		Valor futuro FV = 1.700,00	
NUM PARC (m)	Períodos vincendos (n-m)	Numerador coeficiente jurificação PMT	Denominador coeficiente jurificação PMT	Coeficiente de Jurificação da PMT	Coeficiente de Jurificação da PMT (simplificado)
5		$[1 + (i\% \cdot n)]$	$[1 + (i\% \cdot m)]$	$1 + [(i\% \cdot n) - (i\% \cdot m)]$	$1 + [i\% \cdot (n-m)]$
Valor da PMT a juros simples = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação das PMT				SOMA DOS RESTOS OU DIFERENÇAS	SOMA DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO DAS PMT
				6,0000	6,0000
				283,33	PMT=
0	5		PMT=	283,33	283,33
1	4	1,5000	1,1000	1,4000	1,4000
2	3	1,5000	1,2000	1,3000	1,3000
3	2	1,5000	1,3000	1,2000	1,2000
4	1	1,5000	1,4000	1,1000	1,1000
5	-	1,5000	1,5000	1,0000	1,0000

$$PMT_{JS} = \frac{PV \cdot \{1 + [i\% \cdot (pk+n)]\}}{\{1 + \{[i\% \cdot (n-1)]/2\} \cdot n}$$

$$PMT_{JS} = 283,33$$

e a partir do valor futuro, pela fórmula

$$PMT_{JS} = \frac{FV}{\{1 + \{[i\% \cdot (n-1)]/2\} \cdot n}$$

$$PMT_{JS} = 283,33$$

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

**SOMATÓRIO DOS VALORES JURIFICADOS DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE
NA FORMA SIMPLES DESDE CADA DATA DE OCORRÊNCIA ATÉ O MOMENTO FINAL "n"**

NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Valor da PMT a juros simples	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DAS PRESTAÇÕES A JUROS SIMPLES	SOMA DOS VALORES DAS PRESTAÇÕES JURIFICADOS ATÉ "N" NA FORMA SIMPLES
-----------------	----------------------------	---------------------------------	--	--

5

0	5			1.700,00
1	4	283,33	1,4000	396,67
2	3	283,33	1,3000	368,33
3	2	283,33	1,2000	340,00
4	1	283,33	1,1000	311,67
5	-	283,33	1,0000	283,33

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

SALDOS DEVEDORES: COMPENSAÇÃO ENTRE CAPITAL INICIAL E PRESTAÇÕES, VERBAS JURIFICADAS

NUM PARC	CAPITAL INICIAL JURIFICADO NA FORMA SIMPLES	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA JURIFICADO NA FORMA SIMPLES	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS JURIFICADAS NA FORMA SIMPLES	SALDO DEVEDOR A JUROS SIMPLES
m	$FV_m = PV \cdot [1+(i\% \cdot m)]$	PM T	$PM T_m = PM T \cdot (1+i\% \cdot m-1)$	$\sum PM T_m = \sum PM T_{m-1} + PM T$	$SDjs = FV_m - \sum PM T_m$
0					1.000,00
PERÍODO DE CARÊNCIA					
2					1.200,00
PERÍODO DE AMORTIZAÇÃO					
1	1.300,00	283,33	283,33	283,33	1.016,67
2	1.400,00	283,33	311,67	595,00	805,00
3	1.500,00	283,33	340,00	935,00	565,00
4	1.600,00	283,33	368,33	1.303,33	296,67
5	1.700,00	283,33	396,67	1.700,00	0,00

NUM PARC	SALDO DEVEDOR (DIF ENTRE VALORES JURIFICADOS DO PV E SOMA DAS PMTs ANTERIORES)	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	COTA DE JUROS NA PRESTAÇÃO
0	1.000,00		
PERÍODO DE CARÊNCIA			
2	1.200,00		
PERÍODO DE AMORTIZAÇÃO			
1	1.016,67	183,33	100,00
2	805,00	211,67	71,67
3	565,00	240,00	43,33
4	296,67	268,33	15,00
5	0,00	296,67 -	13,33

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: A cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.

$$CJ_1 = PV \cdot i\%$$

$$CJ_1 = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 100,00$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.

CÁLCULO DO VALOR PRESENTE DAS PRESTAÇÕES A JUROS SIMPLES (pelo prazo até o início)						COM CARÊNCIA
NUM PARC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
		Σ				Σ
m		6,0000	1,7000	$CVP_p = FVP_{Nm} / FVPD$	$CVP_q = FVPD / FVP_{Nm}$	1.000,00
0	283,33		Σ	3,529412	Σ	1.000,00
1	283,33	1,4000	1,7000	0,823529	1,214286	233,33
2	283,33	1,3000	1,7000	0,764706	1,307692	216,67
3	283,33	1,2000	1,7000	0,705882	1,416667	200,00
4	283,33	1,1000	1,7000	0,647059	1,545455	183,33
5	283,33	1,0000	1,7000	0,588235	1,700000	166,67

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações também até o momento anterior.

NUM PARC	COTA DE JUROS SIMPLES SOBRE CAPITAL INICIAL	COTA DE JUROS SIMPLES SOBRE SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS ATÉ M-1	COTA DE JUROS SIMPLES NA PRESTAÇÃO	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR
0					1.000,00
PERÍODO DE CARÊNCIA					
2					1.200,00
PERÍODO DE AMORTIZAÇÃO					
1	100,00	-	100,00	183,33	1.016,67
2	100,00	28,33	71,67	211,67	805,00
3	100,00	56,67	43,33	240,00	565,00
4	100,00	85,00	15,00	268,33	296,67
5	100,00	113,33	- 13,33	296,67	-

COM PAGAMENTO DE JUROS SIMPLES DURANTE O PERÍODO DE CARÊNCIA

Também há casos em que os juros sejam pagos durante o período de carência. Se forem pagos juros simples durante o período de carência:

CÁLCULO DO VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS SIMPLES**COM PAGAMENTO DE JUROS NA CARÊNCIA**

PV= 1.000,00	i% = 10,00%	Valor futuro FV (PV) =	1.700,00
n = 5		Valor futuro PMT =	1.500,00
pk = 2		VF juros carência (dif) =	200,00

CÁLCULO DO VALOR DOS JUROS NA CARÊNCIA

NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Numerador coeficiente jurificação PMT	Denominador coeficiente jurificação PMT	Coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT (simplificado)
2		$[1 + (i\% \cdot n)]$	$[1 + (i\% \cdot m)]$	$1 + [(i\% \cdot n) - (i\% \cdot m)]$	$1 + [i\% \cdot (n-m)]$
				SOMA DOS RESTOS OU DIFERENÇAS	SOMA DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO DAS PMT
				3,1000	3,1000

0	7				
1	6	1,7000	1,1000	1,6000	1,6000
2	5	1,7000	1,2000	1,5000	1,5000

Valor dos juros na carência = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação da Carência	64,52
--	--------------

CÁLCULO DO VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS SIMPLES COM CARÊNCIA

NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Numerador coeficiente jurificação PMT	Denominador coeficiente jurificação PMT	Coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT (simplificado)
5		$[1 + (i\% \cdot n)]$	$[1 + (i\% \cdot m)]$	$1 + [(i\% \cdot n) - (i\% \cdot m)]$	$1 + [i\% \cdot (n-m)]$
				SOMA DOS RESTOS OU DIFERENÇAS	SOMA DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO DAS PMT
				6,0000	6,0000

0	5				
1	4	1,5000	1,1000	1,4000	1,4000
2	3	1,5000	1,2000	1,3000	1,3000
3	2	1,5000	1,3000	1,2000	1,2000
4	1	1,5000	1,4000	1,1000	1,1000
5	-	1,5000	1,5000	1,0000	1,0000

Valor da PMT a juros simples = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação das PMT	250,00	250,00
---	---------------	---------------

CAPÍTULO 27 – CORREÇÃO MONETÁRIA NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES (MQJS)

Se a um plano de amortização

m	Soma CJ ant	Base CJ	Cota juros		Prestação	Cota amort	Saldo devedor
			CJ	%CJ/SDm-1	PMT	CA	SD
0							1.000,00
1		1.000,00	100,00	10,00%	250,00	150,00	850,00
2	100,00	750,00	75,00	8,82%	250,00	175,00	675,00
3	175,00	500,00	50,00	7,41%	250,00	200,00	475,00
4	225,00	250,00	25,00	5,26%	250,00	225,00	250,00
5	250,00	-	-	0,00%	250,00	250,00	0,00

for aplicada correção ou atualização monetária, conforme os índices adiante informados, o sistema demonstra perfeita exatidão:

m	Índice CM	PMT	SD c/ CM	Taxa juros	CJ c/ CM	CA c/ CM	SD res c/ CM
0	1,50%	250,00					1.000,00
1	2,50%	253,75	1.015,00	10,00%	101,50	152,25	862,75
2	3,60%	260,09	884,32	8,82%	78,03	182,07	702,25
3	-2,60%	269,46	727,53	7,41%	53,89	215,57	511,97
4	5,00%	262,45	498,66	5,26%	26,25	236,21	262,45
5		275,57	275,57	0,00%	-	275,57	0,00

Melhor demonstrando:

m	\$ s/CM	Índ CM	Coef CM	\$ c/CM	Taxa juros	Num capit	\$ c/CM+ juro	SD res c/ CM
0	1.000,00					0		
1	1.000,00	1,50%	1,015000	1.015,00	10,00%	1	1.116,50	
1	250,00	1,50%	1,015000	253,75	10,00%	0	253,75	862,75
2	1.000,00	2,50%	1,040375	1.040,38	10,00%	2	1.248,45	
2	250,00	2,50%	1,040375	260,09	10,00%	1	286,10	
2	250,00	2,50%	1,040375	260,09	10,00%	0	260,09	702,25
3	1.000,00	3,60%	1,077829	1.077,83	10,00%	3	1.401,18	
3	250,00	3,60%	1,077829	269,46	10,00%	2	323,35	
3	250,00	3,60%	1,077829	269,46	10,00%	1	296,40	
3	250,00	3,60%	1,077829	269,46	10,00%	0	269,46	511,97
4	1.000,00	-2,60%	1,049805	1.049,80	10,00%	4	1.469,73	
4	250,00	-2,60%	1,049805	262,45	10,00%	3	341,19	
4	250,00	-2,60%	1,049805	262,45	10,00%	2	314,94	
4	250,00	-2,60%	1,049805	262,45	10,00%	1	288,70	
4	250,00	-2,60%	1,049805	262,45	10,00%	0	262,45	262,45
5	1.000,00	5,00%	1,102295	1.102,30	10,00%	5	1.653,44	
5	250,00	5,00%	1,102295	275,57	10,00%	4	385,80	
5	250,00	5,00%	1,102295	275,57	10,00%	3	358,25	
5	250,00	5,00%	1,102295	275,57	10,00%	2	330,69	
5	250,00	5,00%	1,102295	275,57	10,00%	1	303,13	
5	250,00	5,00%	1,102295	275,57	10,00%	0	275,57	0,00

CAPÍTULO 28 – CES – COEFICIENTE DE EQUIVALÊNCIA SALARIAL NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES (MQJS)

Com reajustes mensais do saldo devedor, conforme índices de correção monetária adiante informados, e sendo a prestação majorada somente no quarto mês:

SIMPLEX ou MQJS - MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS SIMPLES (juro; amortização, SD)

VP=	1.000,00	n=	5	PMT com CES=	257,50
i%=	10,00%	PMT=	250,00		
VF=	1.500,00	CES=	1,03		

NUM PARC	Índice CM Saldo Devedor	Saldo Devedor corrigido	Índice CM Prestação	VALOR DA PMT com CES e CM	% CJ / SD	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS SIMPLES
0	3,54							1.000,00
1	2,15	1.035,40		257,50	10,00%	103,54	153,96	881,44
2	4,96	900,39		257,50	8,82%	79,45	178,05	703,39
3	3,15	738,27		257,50	7,41%	54,69	202,81	500,57
4	5,06	516,34	1,50	261,36	5,26%	27,18	234,19	266,39
5	-	279,87		261,36	0,00%	-	261,36	5,02

CAPÍTULO 29 – PRESTAÇÕES ANTECIPADAS – PMTa - NO MÉTODO DE QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES (MQJS)

Se, ao invés de ocorrer no fim de cada período do prazo contratual (postecipadas), o vencimento das parcelas periódicas for previsto para o início, com pagamentos efetuados desde o instante zero até o início do último período, as prestações são ditas “antecipadas”.

Progressão aritmética

PRESTAÇÃO ANTECIPADA

$$a_n = a_1 \cdot \{ 1 + [r \cdot (n - 1)] \}$$

$$a_1 = 1.000,00$$

$$r = 10,00\%$$

$$n = 5 \text{ termos}$$

$$a_n = 1.000,00 \times \{ 1 + [10,00\% \times (5 - 1)] \}$$

$$a_n = 1.000,00 \times \{ 1 + [10,00\% \times (4)] \}$$

$$a_n = 1.000,00 \times \{ 1 + [40,00\%] \}$$

$$a_n = 1.000,00 \times \{ 1 + 0,40 \}$$

$$a_n = 1.000,00 \times \{ 1,40 \}$$

$$a_n = 1.400,00$$

$$\boxed{FV = PV \cdot \{1 + [i\% \cdot (n-1)]\}}$$

$$FV = 1.400,00$$

$$FV = PV \cdot \{1 + [i\% \cdot (n-1)]\}$$

PRESTAÇÃO ANTECIPADA

$$FV = 1.000,00 \times [(1 + 10,00\% \times 5-1)]$$

$$FV = 1.000,00 \times [(1 + 10,00\% \times 4)]$$

$$FV = 1.000,00 \times [(1 + 0,40)]$$

$$FV = 1.000,00 \times 1,40$$

$$FV = 1.400,00$$

PV= 1.000,00		i% = 10,00%		Valor futuro FV = 1.400,00	
NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Numerador coeficiente atualização PMT	Denominador coeficiente atualização PMT	Coeficiente de atualização da PMT	Coeficiente de atualização da PMT (simplificado)
4		$[1 + (i\% \cdot n)]$	$[1 + (i\% \cdot m)]$	$1 + [(i\% \cdot n) - (i\% \cdot m)]$	$1 + [i\% \cdot (n-m)]$
Valor da PMT a juros simples = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de				SOMA DOS RESTOS OU DIFERENÇAS	SOMA DOS COEFICIENTES DE ATUALIZAÇÃO DAS PMT
				6,0000	6,0000
				233,33	PMT =
				PMT = 233,33	233,33
0	4	1,4000	1,0000	1,4000	1,4000
1	3	1,4000	1,1000	1,3000	1,3000
2	2	1,4000	1,2000	1,2000	1,2000
3	1	1,4000	1,3000	1,1000	1,1000
4	-	1,4000	1,4000	1,0000	1,0000

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

SOMATÓRIO DOS VALORES ATUALIZADOS DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS SIMPLES DESDE CADA DATA DE OCORRÊNCIA ATÉ O MOMENTO FINAL “n”

NUM PARC (m)	Períodos vencidos (n-m)	Valor da PMT a juros simples	COEFICIENTE DE ATUALIZAÇÃO DAS PRESTAÇÕES A JUROS SIMPLES	SOMA DOS VALORES DAS PRESTAÇÕES A JUROS SIMPLES ATUALIZADOS ATÉ “N”
4				1.400,00
0	4	233,33	1,4000	326,67
1	3	233,33	1,3000	303,33
2	2	233,33	1,2000	280,00
3	1	233,33	1,1000	256,67
4	-	233,33	1,0000	233,33

SIMPLEX ou MQJS - MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS SIMPLES (juro; amortização, SD)

VP = 1.000,00

n = 5

i% = 10,0000%

VF = 1.400,00

PMT =

233,33

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	SOMA DAS COTAS DE JUROS SIMPLES ANTERIORES	BASE DE CÁLCULO DA COTA DE JUROS	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS SIMPLES
0	233,33					766,67
1	233,33	-	766,67	76,67	156,67	610,00
2	233,33	76,67	533,33	53,33	180,00	430,00
3	233,33	130,00	300,00	30,00	203,33	226,67
4	233,33	160,00	66,67	6,67	226,67	0,00

FÓRMULAS DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS ANTECIPADAS DE MESMO VALOR SOB JUROS SIMPLES

a partir do capital inicial, pela fórmula

$$\text{PMT JS PV} = \frac{\text{PV} \cdot [1 + (i\% \cdot n - 1)]}{\{1 + \{[i\% \cdot (n - 1)]/2\} \cdot n}$$

$$\text{PMT JS PV} = 233,33$$

e a partir do valor futuro, pela fórmula

$$\text{PMT JS FV} = \frac{\text{FV}}{\{1 + \{[i\% \cdot (n - 1)]/2\} \cdot n}$$

$$\text{PMT JS FV} = 233,33$$

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

NUM PARC (m)	CAPITAL INICIAL ATUALIZADO A JUROS SIMPLES	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS ATUALIZADAS A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR A JUROS SIMPLES
4	$FV_m = PV \cdot [1 + (i\% \cdot m)]$	$\sum PM T_m = \sum PM T_{m-1} + PM T$	$SD_{js} = FV_m - \sum PM T_m$
0	1.000,00	233,33	766,67
1	1.100,00	490,00	610,00
2	1.200,00	770,00	430,00
3	1.300,00	1.073,33	226,67
4	1.400,00	1.400,00 -	0,00

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: A cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial (neste caso, diminuído da prestação do instante zero) até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.

$$CJ_1 = (PV - PMT) \times i\%$$

$$CJ_1 = (1.000,00 - 233,33) \times 10\%$$

$$CJ_1 = 766,66 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 76,67$$

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR (DIF ENTRE VALORES ATUALIZADOS DO PV E SOMA DAS PMTs ANTERIORES)	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES
0	233,33	766,67		
1	233,33	610,00	156,67	76,67
2	233,33	430,00	180,00	53,33
3	233,33	226,67	203,33	30,00
4	233,33 -	0,00	226,67	6,67

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.

$$PV = \frac{PMT \cdot \{1 + [i\% \cdot (n-1)]/2\} \cdot n}{[1 + (i\% \cdot n-1)]}$$

$$PV = 1.000,00$$

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
			Σ				Σ
m	n-m		6,0000	1,4000	$CVP_p = FVP_{Nm} / FVPD$	$CVP_q = FVPD / FVP_{Nm}$	1.000,00
				Σ	4,285714	Σ	1.000,00

0	4	233,33	1,4000	1,4000	1,000000	1,000000	233,33
1	3	233,33	1,3000	1,4000	0,928571	1,076923	216,67
2	2	233,33	1,2000	1,4000	0,857143	1,166667	200,00
3	1	233,33	1,1000	1,4000	0,785714	1,272727	183,33
4	0	233,33	1,0000	1,4000	0,714286	1,400000	166,67

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos seja resultado da diferença entre os juros incidentes sobre o valor do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações até o momento anterior.

NUM PARC	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS A JUROS SIMPLES	JURO SIMPLES SOBRE CAPITAL INICIAL	JURO SIMPLES SOBRE SOMA DAS PRESTAÇÕES ANTERIORES	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	DIFERENÇA ENTRE VALOR PRESENTE E A SOMA DAS PRESTAÇÕES ANTERIORES
0	1.000,00	233,33					766,67
1	1.000,00	466,67	100,00	23,33	76,67	156,67	610,00
2	1.000,00	700,00	100,00	46,67	53,33	180,00	430,00
3	1.000,00	933,33	100,00	70,00	30,00	203,33	226,67
4	1.000,00	1.166,67	100,00	93,33	6,67	226,67 -	0,00

CAPÍTULO 30 – CONTRATOS COM CLÁUSULA DE PAGAMENTO DE PARCELA “BALÃO” OU REFORÇOS SOB JUROS SIMPLES

Basta definir o valor nominal da parcela “balão” (ou o percentual sobre o valor presente) a ser pago e em que prazo, geralmente o momento final.

Depois, desjurificar a(s) parcela(s) balão para o instante inicial, e diminuir o resultado do capital inicial.

Este será o valor presente ajustado.

E segue-se de acordo com o sistema de amortização escolhido.

CAPITALIZAÇÃO SIMPLES DE JUROS (CSJ) - SISTEMA LINEAR OU ARITMÉTICO

$$\begin{aligned}
 PV &= 1.000,00 & \text{"BALÃO": } pb &= 180,00 \\
 i\% &= 10,00\% & PVpb &= pb / [1 + (i\% \cdot n)] \\
 n &= 5 & PVpb &= 120,00 \\
 & & PV' &= PV - 880,00
 \end{aligned}$$

NUM PERÍODO	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE (PV) (FV ANTERIOR)	VALOR DO JURO MENSAL	NÚMERO DO TERMO DA P.A.	FV = VALOR FUTURO PERÍODO A PERÍODO
----------------	--	-------------------------	----------------------------------	---

m	$PV_m = FV_{m-1}$	$i\% \cdot PV_m$	a_m	FV_m
0			1	880,00
1	880,00	88,00	2	968,00
2	968,00	88,00	3	1.056,00
3	1.056,00	88,00	4	1.144,00
4	1.144,00	88,00	5	1.232,00
5	1.232,00	88,00	6	1.320,00

CÁLCULO DO VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS SIMPLES

$$PMT = FV / \text{Soma Coeficientes Jurificação PMT}$$

PV= 880,00		i% = 10,00%		Valor futuro FV = 1.320,00	
NUM PARC (m)	Períodos vincendos (n-m)	Numerador coeficiente jurificação PMT	Denominador coeficiente jurificação PMT	Coeficiente de jurificação da PMT	Coeficiente de jurificação da PMT (simplificado)
Valor da PMT a juros simples = Valor futuro / Soma dos Coeficientes de Jurificação das PMT				SOMA DOS RESTOS OU DIFERENÇAS	SOMA DOS COEFICIENTES DE JURIFICAÇÃO DAS PMT
				6,0000	6,0000
				220,00	PMT =
0	5		PMT =	220,00	220,00
1	4	1,5000	1,1000	1,4000	1,4000
2	3	1,5000	1,2000	1,3000	1,3000
3	2	1,5000	1,3000	1,2000	1,2000
4	1	1,5000	1,4000	1,1000	1,1000
5	-	1,5000	1,5000	1,0000	1,0000

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

SOMATÓRIO DOS VALORES JURIFICADOS DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA CONSTANTE A JUROS SIMPLES DESDE CADA DATA DE OCORRÊNCIA ATÉ O MOMENTO FINAL "n"

NUM PARC (m)	Períodos vincendos (n-m)	Valor da PMT a juros simples	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DAS PRESTAÇÕES A JUROS SIMPLES	SOMA DOS VALORES DAS PRESTAÇÕES JURIFICADOS ATÉ "N" NA FORMA SIMPLES
5				
0	5			1.320,00
1	4	220,00	1,4000	308,00
2	3	220,00	1,3000	286,00
3	2	220,00	1,2000	264,00
4	1	220,00	1,1000	242,00
5	-	220,00	1,0000	220,00

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

NUM PARC	PERÍODOS VINCENDOS	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE	CAPITAL INICIAL JURIFICADO NA FORMA SIMPLES	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA JURIFICADO NA FORMA SIMPLES	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS JURIFICADAS NA FORMA SIMPLES	SALDO DEVEDOR A JUROS SIMPLES
0	5	880,00	880,00				880,00
1	4	880,00	968,00	220,00	220,00	220,00	748,00
2	3	880,00	1.056,00	220,00	242,00	462,00	594,00
3	2	880,00	1.144,00	220,00	264,00	726,00	418,00
4	1	880,00	1.232,00	220,00	286,00	1.012,00	220,00
5	0	880,00	1.320,00	220,00	308,00	1.320,00	-

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: A cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial (neste caso, diminuído do valor da parcela de reforço, no instante zero) até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.

$$CJ_1 = (PV - PMT) \times i\%$$

$$CJ_1 = (1.000,00 - 120,00) \times 10\% = 880,00 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 88,00$$

SALDO DEVEDOR (DIF ENTRE VALORES JURIFICADOS DO PV E SOMA DAS PMT _s ANTERIORES)	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES
880,00		
748,00	132,00	88,00
594,00	154,00	66,00
418,00	176,00	44,00
220,00	198,00	22,00
-	220,00	-

NUM PARC	VALOR DA PRESTAÇÃO PERIÓDICA A JUROS SIMPLES	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS SIMPLES
0				880,00
1	220,00	88,00	132,00	748,00
2	220,00	66,00	154,00	594,00
3	220,00	44,00	176,00	418,00
4	220,00	22,00	198,00	220,00
5	220,00	-	220,00	-

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.

CÁLCULO DO VALOR PRESENTE DAS PRESTAÇÕES A JUROS SIMPLES (pelo prazo até o início)

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
			Σ				Σ
m	n-m		6,0000	1,5000	$CVP_p = FVP_{Nm} / FVP_D$	$CVP_q = FVP_D / FVP_{Nm}$	880,00
0	5	220,00		Σ	4,000000	Σ	880,00
1	4	220,00	1,4000	1,5000	0,933333	1,071429	205,33
2	3	220,00	1,3000	1,5000	0,866667	1,153846	190,67
3	2	220,00	1,2000	1,5000	0,800000	1,250000	176,00
4	1	220,00	1,1000	1,5000	0,733333	1,363636	161,33
5	0	220,00	1,0000	1,5000	0,666667	1,500000	146,67

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos seja resultado da diferença entre os juros incidentes sobre o valor do capital inicial até o momento anterior, e os juros incidentes sobre a soma das prestações até o momento anterior.

NUM PARC	CAPITAL INICIAL OU VALOR PRESENTE	SOMA DAS PRESTAÇÕES PERIÓDICAS A JUROS SIMPLES	JURO SIMPLES SOBRE CAPITAL INICIAL	JURO SIMPLES SOBRE SOMA DAS PRESTAÇÕES ANTERIORES	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO A JUROS SIMPLES	SALDO DEVEDOR RESIDUAL A JUROS SIMPLES
0	880,00						880,00
1	880,00	220,00	88,00	-	88,00	132,00	748,00
2	880,00	440,00	88,00	22,00	66,00	154,00	594,00
3	880,00	660,00	88,00	44,00	44,00	176,00	418,00
4	880,00	880,00	88,00	66,00	22,00	198,00	220,00
5	880,00	1.100,00	88,00	88,00	-	220,00	-

CAPÍTULO 31 – SAC JS - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE A JUROS SIMPLES

É um método de amortização anunciado como sendo de regime de capitalização simples de juros, com prestações decrescentes, em que, com base nos dados de capital inicial, taxa de juros e prazo:

1. A cota FIXA de amortização em cada prestação periódica postecipada resulta da divisão entre o capital inicial e o número de períodos.
2. A cota de juros de cada prestação periódica postecipada resulta da multiplicação entre o índice ponderado (IPJS) e o número de períodos a amortizar no momento anterior: $IPJS \cdot (n - m + 1)$

$$IPJS = \frac{3 \cdot PV \cdot i}{[(2 \cdot n \cdot i) - (2 \cdot i) + 3] \cdot n}$$

$$IPJS = 15,7894737$$

3. O valor de cada prestação periódica resulta da soma entre a cota de amortização e a cota de juros.
4. O saldo devedor após o pagamento de cada prestação periódica resulta da subtração entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização do período.

NUM PARC	SALDO DEVEDOR ANTERIOR	AMORTI- ZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	JURO (Jm) NA PRES- TAÇÃO	PRESTAÇÃO MENSAL	SALDO DEVEDOR NOMINAL
m	SDm-1	Am=PV / n	IPJS.(n-m)	PMT=Am+Jm	SDm-1 - Am
0					1.000,00
1	1.000,00	200,00	78,95	278,95	800,00
2	800,00	200,00	63,16	263,16	600,00
3	600,00	200,00	47,37	247,37	400,00
4	400,00	200,00	31,58	231,58	200,00
5	200,00	200,00	15,79	215,79	-

CAPÍTULO 32 - ANÁLISE CRÍTICA DO SACJS. CÁLCULO CORRETO COM O SAC-SIMPLEX.

Em aplicando a regra do “valor do dinheiro no tempo”, submete-se o SACJS ao Pentateuco VDT, para verificar se é consistente.

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.*

$$FV = PV \cdot ([1 + (i\% \cdot n)])$$

$$FV = 1.000,00 \times [(1 + (10\% \times 5))] = 1.000,00 \times 1,50$$

$$FV = 1.500,00$$

NUM PARC	PRESTAÇÃO MENSAL	COEFICIENTE DAS PRESTAÇÕES VINCENDAS ATÉ O INSTANTE "N"	Σ PMT NO INSTANTE N (lin)
-------------	---------------------	--	------------------------------

0			1.500,00
1	278,95	$1 + [10,00\% \times (5 - 1)] = 1,4000$	390,53
2	263,16	$1 + [10,00\% \times (5 - 2)] = 1,3000$	342,11
3	247,37	$1 + [10,00\% \times (5 - 3)] = 1,2000$	296,84
4	231,58	$1 + [10,00\% \times (5 - 4)] = 1,1000$	254,74
5	215,79	$1 + [10,00\% \times (5 - 5)] = 1,0000$	215,79

O SACJS atende ao primeiro fator de autenticidade do Pentateuco VDT.

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: *Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.*

NUM PARC	PV jurificado	Soma PMT jurificadas	Saldo devedor efetivo = PV jurificado - Σ PMT jurificadas
-------------	------------------	-------------------------	--

0			1.000,00
1	1.100,00	278,95	821,05
2	1.200,00	570,00	630,00
3	1.300,00	871,58	428,42
4	1.400,00	1.182,11	217,89
5	1.500,00	1.500,00	0,00

Os saldos devedores intermediários obtidos pela aplicação do VDT são diferentes dos obtidos pelos procedimentos do SACJS, resultado que coloca o sistema em xeque desde logo.

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.*

Cabe observar que a cota de juros da primeira prestação obtida pelo SACJS, no valor de 78,95, não é igual ao produto entre a taxa de juros e o capital inicial, 100,00, o que coloca dúvida sobre o método.

$$CJ_1 = PV \cdot i\%$$

$$CJ_1 = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 100,00$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.*

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (denominador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
0	5			Σ			1.000,00
1	4	278,95	1,4000	1,500000	0,933333	1,071429	260,35
2	3	263,16	1,3000	1,500000	0,866667	1,153846	228,07
3	2	247,37	1,2000	1,500000	0,800000	1,250000	197,89
4	1	231,58	1,1000	1,500000	0,733333	1,363636	169,82
5	0	215,79	1,0000	1,500000	0,666667	1,500000	143,86

O SACJS atende ao quarto fator de autenticidade do Pentateuco VDT.

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor do capital inicial, e os juros incidentes sobre a soma das prestações até o momento anterior.

NUM PARC	PRES- TAÇÃO MENSAL	PV jurificado = PVm	Juros sobre PV	Soma nominal das PMT anteriores	Juros sobre soma PMTs anteriores	Cota de juro na prestação	Saldo devedor
0		1.000,00					1.000,00
1	278,95	1.100,00	100,00	-	-	100,00	821,05
2	263,16	1.200,00	100,00	278,95	27,89	72,11	630,00
3	247,37	1.300,00	100,00	542,11	54,21	45,79	428,42
4	231,58	1.400,00	100,00	789,47	78,95	21,05	217,89
5	215,79	1.500,00	100,00	1.021,05	102,11	- 2,11 -	0,00

CÁLCULO CORRETO: SACJS SIMPLEX

Observa-se que os valores de cotas de juros, em cada prestação, obtidos pelo SACJS são diferentes do que resulta pelo Pentateuco VDT.

Em verdade, as prestações apresentadas originalmente no SACJS são meros valores nominais e determinam saldos devedores intermediários que não correspondem aos reais.

Os efetivos saldos devedores intermediários, em cada momento da evolução do prazo, resultam do encontro entre os valores jurificados do capital inicial e da soma das prestações.

Isto implica em que, se a cota de amortização em cada prestação é fixa (capital inicial dividido pelo prazo total), o ajuste deve ser feito no cálculo das cotas de juros.

Em cada momento, a cota de juros simples resulta da diferença entre a cota de juros sobre o capital inicial e a cota de juros sobre a soma das prestações anteriores.

Ou da incidência da taxa de juros sobre a diferença entre o saldo devedor do período anterior e a soma dos juros anteriores, a começar do primeiro período, em que a cota de juros é exatamente igual ao produto entre o capital inicial e a taxa de juros, pois não há cotas de juros anteriores.

A cota de juros assim apurada difere da original e implica em valores também diferentes de prestações.

O essencial é que estes novos valores se enquadrem perfeitamente nos postulados da matemática financeira, de acordo com o conceito de equivalência de fluxos de caixa.

Desta forma, calcula-se o valor efetivo de cada prestação, à luz do valor do dinheiro no tempo.

NUM PARC	AMORTI- ZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR RESIDUAL	Juros sobre PV	PV atualizado = PV _m	Soma nominal das PMT anteriores	Juros sobre soma PMTs anteriores	JURO NA PRESTAÇÃO	PRES- TAÇÃO MENSAL
m	PV / n	SD _{m-1} - A _m	PV . i%	PV _{m-1} + J _{PV_m}	ΣPMT _{m-1} + PMT _m	ΣPMT _m . i%	J _{PV_m} - ΣPMT _m	A _m + J _m
0		1.000,00		1.000,00				
1	200,00	800,00	100,00	1.100,00	-	-	100,00	300,00
2	200,00	600,00	100,00	1.200,00	300,00	30,00	70,00	270,00
3	200,00	400,00	100,00	1.300,00	570,00	57,00	43,00	243,00
4	200,00	200,00	100,00	1.400,00	813,00	81,30	18,70	218,70
5	200,00	-	100,00	1.500,00	1.031,70	103,17	- 3,17	196,83

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações jurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

$$FV = PV \cdot ([1 + (i\% \cdot n)])$$

$$FV = 1.000,00 \times [(1 + (10\% \times 5))] = 1.000,00 \times 1,50$$

$$FV = 1.500,00$$

NUM PARC	PRES- TAÇÃO MENSAL	COEFICIENTE DAS PRESTAÇÕES VINCENDAS ATÉ O INSTANTE "N"	Σ PMT NO INSTANTE N (lin)
0		Σ	1.500,00
1	300,00	1 + [10,00% x (5 - 1)] = 1,4000	420,00
2	270,00	1 + [10,00% x (5 - 2)] = 1,3000	351,00
3	243,00	1 + [10,00% x (5 - 3)] = 1,2000	291,60
4	218,70	1 + [10,00% x (5 - 4)] = 1,1000	240,57
5	196,83	1 + [10,00% x (5 - 5)] = 1,0000	196,83

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

NUM PARC	PV atualizado = PVm	Soma das PMT jurificadas	Saldo devedor
0	1.000,00		1.000,00
1	1.100,00	300,00	800,00
2	1.200,00	600,00	600,00
3	1.300,00	900,00	400,00
4	1.400,00	1.200,00	200,00
5	1.500,00	1.500,00	-

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: A cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.

$$CJ_1 = PV \cdot i\%$$

$$CJ_1 = 1.000,00 \times 10\%$$

$$CJ_1 = 100,00$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do valor das prestações desjurificadas desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (denominador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
5			$FVPNm=1+[i\%.(n-m)]$	$FVPD=1+(i\%.n)$	$PV = PMT \cdot FVPN / FVPD$	$[1+(i\%.n)]/[1+(i\%.(n-m))]$	
					$CVPp = FVPNm / FVPD$	$CVPq = FVPD / FVPNm$	

0	5			Σ			1.000,00
1	4	300,00	1,4000	1,500000	0,933333	1,071429	280,00
2	3	270,00	1,3000	1,500000	0,866667	1,153846	234,00
3	2	243,00	1,2000	1,500000	0,800000	1,250000	194,40
4	1	218,70	1,1000	1,500000	0,733333	1,363636	160,38
5	0	196,83	1,0000	1,500000	0,666667	1,500000	131,22

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, a cota de juros vencidos resulta da diferença entre os juros incidentes sobre o valor do capital inicial, e os juros incidentes sobre a soma das prestações até o momento anterior.

NUM PARC	PRES- TAÇÃO MENSAL	PV jurificado = PVm	Juros sobre PV	Soma nominal das PMT anteriores	Juros sobre soma PMTs anteriores	Cota de juro na prestação	Saldo devedor
0		1.000,00					1.000,00
1	300,00	1.100,00	100,00	-	-	100,00	800,00
2	270,00	1.200,00	100,00	300,00	30,00	70,00	600,00
3	243,00	1.300,00	100,00	570,00	57,00	43,00	400,00
4	218,70	1.400,00	100,00	813,00	81,30	18,70	200,00
5	196,83	1.500,00	100,00	1.031,70	103,17	3,17	-

Em suma:

NUM PARC	SALDO DEVEDOR ANTERIOR	AMORTI- ZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	SOMA DOS JUROS ANTERIORES	BASE DE CÁLCULO DOS JUROS	JURO NA PRES- TAÇÃO	PRES- TAÇÃO MENSAL	SALDO DEVEDOR RESIDUAL
m	SDR_{m-1}	PV / n	$\sum J_{PMTm-1} + J_{PMTm}$	$SD_{m-1} - \sum J_{1 a m-1}$	BCJ . i%	$A_m + J_m$	$SDA_m - A_m$
	Σ	1.000,00					
0							1.000,00
1	1.000,00	200,00	-	1.000,00	100,00	300,00	800,00
2	800,00	200,00	100,00	700,00	70,00	270,00	600,00
3	600,00	200,00	170,00	430,00	43,00	243,00	400,00
4	400,00	200,00	213,00	187,00	18,70	218,70	200,00
5	200,00	200,00	231,70	31,70	3,17	196,83	-

CAPÍTULO 33 – MÉTODO DE QUITAÇÃO A JUROS SIMPLES COM CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA, EM SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES.

É um método de amortização sob o regime de juros simples, mediante capitalização diária, com prestações não periódicas postecipadas (PMT_{JSD}), de igual valor entre si.

A capitalização é computada em dias entre datas, em que, com base nos dados de capital inicial (PV), taxa de juros ($iD\%$) e prazo (n).

1. O coeficiente diário de financiamento para que seja calculada a prestação é igual à soma do inverso da unidade mais a taxa multiplicada pelo número de períodos correspondentes a cada prestação (base: mês de 30 dias):

$$CfD = [1 + (i\%/30)]$$

Determina-se a taxa diária de juros ($iD\%$), com base no mês de 30 dias, através da fórmula

$$iD\% = \{[1 + (i\%/30) - 1] \times 100\}\%$$

2. Calcula-se o número de dias (ND) entre todas as datas do prazo

3. Faz-se a contagem do número de dias do prazo (ND) entre a primeira e a última data

4. Calcula-se o valor futuro pela aplicação da fórmula $FV_{JCD} = PV \cdot [1 + (iD\% \cdot ND)]$

5. Em cada data de vencimento, calcula-se o número de dias decorridos desde o início, e, também, o coeficiente acumulado de juros diários entre a primeira data e as seguintes, até a última

6. O valor futuro também pode ser calculado mediante multiplicação do valor do capital inicial pelo coeficiente acumulado de juros diários na última data do prazo

7. Calcula-se o coeficiente de jurificação de cada prestação (incógnita) entre cada respectiva data de ocorrência, a partir da primeira, até a última data do prazo

8. O coeficiente total do financiamento é igual à soma destes coeficientes parciais de jurificação das prestações

9. O valor da prestação não periódica postecipada será igual à divisão entre o valor futuro e o coeficiente total do financiamento

10. A cota de juros em cada prestação é igual ao produto resultante da multiplicação entre

10.1. a taxa diária ($iD\%$);

10.2. o número de dias entre a prestação anterior e a atual (ND_m); e

10.3. a diferença entre o saldo devedor anterior SD_{m-1} (a começar pelo capital inicial) e a soma das cotas de juros anteriores $\sum CJ_{0 \text{ até } m-1}$.

$$iD\% \times ND_{m-1 \text{ até } m} \times (SD_{m-1} - \sum CJ_{0 \text{ até } m-1})$$

11. A cota de amortização resulta da subtração entre o valor da prestação e a cota de juros.

12. O saldo devedor após o pagamento de cada prestação periódica resulta da subtração entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização do período.

Se o financiamento de R\$1.000,00, a 10% ao mês, fosse feito em 19/3/2023, para ser resgatado em uma única parcela, no dia 19/8/2023, 153 dias depois,

$$iD\% = [(1 + (10\%/30) - 1)\%$$

$$iD\% = (1,00333333 - 1)\%$$

$$iD\% = 0,333333\%$$

Num	Data venc	Num dias
		153

0	19/03/2023	
1	19/04/2023	31
2	19/05/2023	30
3	19/06/2023	31
4	19/07/2023	30
5	19/08/2023	31

$$FV_{JS} = 1.000,00 \times [1 + (0,333333\% \times 153)]$$

seria de R\$1.510,00

Para pagamento em prestações mensais, pelo MQJS-SNP-CD:

Num	Dias acum	Fator de acumulação de capital
		$(1 + (i\% \cdot DAC))$
0		1,000000
1	31	1,103333
2	61	1,203333
3	92	1,306667
4	122	1,406667
5	153	1,510000

$$FV_{JSD} = 1.000,00 \times 1,510000$$

$$FV_{JSD} = R\$1.510,00$$

Num	Fator diário	Dias até "n"	Coefficiente de atualização da PMT
		Σ	6,020000000
0			
1	$1 + (0,003333333 \times 122)$	=	1,406666667
2	$1 + (0,003333333 \times 92)$	=	1,306666667
3	$1 + (0,003333333 \times 61)$	=	1,203333333
4	$1 + (0,003333333 \times 31)$	=	1,103333333
5	$1 + (0,003333333 \times -)$	=	1,000000000

$$PMT_{JSD} = \frac{FV_{JSD}}{CPMT}$$

CPMT

$$PMT_{JSD} = \frac{1.510,00}{6,02}$$

6,02

$$PMT_{JSD} = 250,83$$

$$FCJ_m = i\% \cdot ND$$

$$CJ_m = (SD_{m-1} - \Sigma CJ_{0 \text{ até } m-1}) \cdot FCJ_m$$

$$CAm = PMT - CJ_m$$

$$SD_m = SD_{m-1} - CAm$$

MQJSD-SNP - Método de Quitação a Juros Simples Diários

Num	Valor da prestação	Fator da cota de juros	Valor da cota de juro	Valor da cota de amortização	Saldo devedor
0					1.000,00
1	250,83	0,103333	103,33	147,50	852,50
2	250,83	0,100000	74,92	175,91	676,59
3	250,83	0,103333	51,50	199,34	477,25
4	250,83	0,100000	24,75	226,08	251,17
5	250,83	0,103333 -	0,34	251,17	0,00

1º FATOR DE AUTENTICIDADE: A soma do produto resultante da multiplicação entre o valor da prestação e coeficiente de jurificação entre cada respectiva data de ocorrência e a data final do prazo “n”, deve ser igual ao valor futuro do capital inicial.

MQJSC-SNP - Método de Quitação a Juros Simples Diários

Num	Fator diário	Dias até "n"	Valor da prestação	Σ PMT NO INSTANTE N (lin)
0				1.510,00
1	1 + (0,003333333 x	122	250,83	352,83
2	1 + (0,003333333 x	92	250,83	327,75
3	1 + (0,003333333 x	61	250,83	301,83
4	1 + (0,003333333 x	31	250,83	276,75
5	1 + (0,003333333 x	-	250,83	250,83

2º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, o saldo devedor deve ser o resultado da compensação entre o valor jurificado do capital inicial e da soma das prestações jurificadas ocorridas até então.

Num parc	0	1	2	3	4	5
Data	19/03/2023	19/04/2023	19/05/2023	19/06/2023	19/07/2023	19/08/2023
Num dias		31	30	31	30	31
Dias acum		31	61	92	122	153
Dias até fim prz		122	92	61	31	-
Princ atualiz	1.000,00	1.103,33	1.203,33	1.306,67	1.406,67	1.510,00
Variação 0		250,83	250,83	250,83	250,83	250,83
Variação 1			275,91	276,75	275,91	276,75
Variação 2				301,83	301,83	301,83
Variação 3					326,92	327,75
Variação 4						352,83
Saldo devedor	1.000,00	852,50	676,59	477,25	251,17	0,00

3º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A cota de juros contida na primeira prestação deve ser SEMPRE resultado da multiplicação do fator da cota de juros (produto entre a taxa de juros predefinida e o número de períodos ocorridos desde o início do prazo até o primeiro pagamento) e o capital inicial (jurificado, na capitalização composta) até o momento anterior ao primeiro pagamento de juros ou prestação.*

$$CJ_1 = PV \cdot FCJ_1$$

$$CJ_1 = 1.000,00 \times [(1 + 0,333333\% \times 31) - 1] = 1.000,00 \times (1,10333 - 1) = 1.000,00 \times 0,103333$$

$$CJ_1 = 103,33$$

4º FATOR DE AUTENTICIDADE: *A soma do valor das prestações desjurificadas, na forma simples, diária, desde o momento das suas respectivas ocorrências, até o instante “zero”, deve ser igual ao valor do capital inicial.*

Ou seja, se, em caminho inverso, for necessário apurar qual foi o valor financiado, equivalente ao valor presente, cada prestação deve ser desjurificada, na forma simples, pelo número de períodos que a equipare ao valor presente, na data focal zero.

Em relação ao instante “n”, denominador do coeficiente de ajuste da prestação a juros simples para “0”, o fator relativo ao prazo integral é

$$FVPD = 1 + (i\% \cdot n)$$

e o fator relativo a cada momento “m”, numerador do coeficiente de ajuste da prestação a juros simples para “0”, é

$$FVPD_m = 1 + [i\% \cdot (n - m)]$$

Portanto, em juros simples, no momento de sua ocorrência, “m”, em relação ao instante inicial do prazo, “0”, para que seja cotejada com o valor presente, PV_{JS} , de um total de “n” períodos, cada prestação PMT_{JS} deve ser “desjurificada”, de forma linear ou aritmética, pelo coeficiente de ajuste da prestação a juros simples para “0”:

$$CVPP = \frac{1 + [i\% \cdot (n-m)]}{1 + (i\% \cdot n)}$$

$$CVPQ = \frac{1 + (i\% \cdot n)}{1 + [i\% \cdot (n-m)]}$$

ou pelo coeficiente divisor

Considere-se que, à taxa de 10% ao período, capitalização simples de juros, há 5 prestações consecutivas, postecipadas, cada uma de 250,83 a serem pagas.

O valor da prestação é igual em todos os momentos intermediários:

$$PMT_{JS} = PMT_{JS1} = PMT_{JS2} = PMT_{JS3} = PMT_{JS4} = PMT_{JS5}$$

O valor presente ou atual de cada prestação será:

$$PV_{JSPMTm} = \frac{PMT_{JS} \cdot \{1 + [i\% \cdot (n-m)]\}}{1 + (i\% \cdot n)}$$

NUM PARC	DIAS ACUMULADOS	DIAS RESTANTES	PRESTAÇÃO MENSAL	FVPNM	FVPD	CVPP	CVPQ	Valor presente da prestação
5	n	153						1.000,00
				Σ				
	m	n-m		6,020000	1,510000			Σ
0					Σ	3,986755		1.000,00
1	31	122	250,83	1,406667	1,510000	0,931567	1,073460	233,67
2	61	92	250,83	1,306667	1,510000	0,865342	1,155612	217,05
3	92	61	250,83	1,203333	1,510000	0,796909	1,254848	199,89
4	122	31	250,83	1,103333	1,510000	0,730684	1,368580	183,28
5	153	0	250,83	1,000000	1,510000	0,662252	1,510000	166,11

5º FATOR DE AUTENTICIDADE: Em cada momento, , a cota de juros vencidos seja resultado da diferença entre os juros incidentes sobre o valor do capital inicial até o momento anterior (jurificado, na capitalização composta), e os juros incidentes sobre a soma das prestações até o momento anterior (jurificadas, na capitalização composta).

Num	Data	Num dias	Dias acum	Capital inicial jurificado	Valor da prestação	Soma das PMT jurificadas
0	19/03/2023			1.000,00		
1	19/04/2023	31	31	1.103,33	250,83	250,83
2	19/05/2023	30	61	1.203,33	250,83	526,74
3	19/06/2023	31	92	1.306,67	250,83	829,41
4	19/07/2023	30	122	1.406,67	250,83	1.155,49
5	19/08/2023	31	153	1.510,00	250,83	1.510,00

Num	Juro sobre dif PV ant jurife soma CJ ant	Juro sobre soma das PMTs anteriores jurificadas	Cota de juros na prestação	Cota de amortização na prestação	Saldo devedor residual
0					1.000,00
1	103,33	-	103,33	147,50	852,50
2	100,00	25,08	74,92	175,91	676,59
3	105,93	54,43	51,50	199,34	477,25
4	107,69	82,94	24,75	226,08	251,17
5	119,06	119,40	- 0,34	251,17	0,00

CAPÍTULO 34 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NA QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES, EM SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES, COM PRAZO DE CARÊNCIA

Se for concedido um prazo de carência, e o primeiro pagamento programado para 8/6/2023:

Num	Data	Num dias
-----	------	----------

203

0	19/03/2023	
1	08/06/2023	81
2	08/07/2023	30
3	08/08/2023	31
4	08/09/2023	31
5	08/10/2023	30

o valor futuro é

$$FV_{JCD} = 1.000,00 \times [1 + (0,0333333\% \times 203)]$$

$$FV_{JCD} = 1.000,00 \times 1,67667$$

$$FV_{JCD} = 1.676,67$$

Num	Data venc	Dias acum	Fator de acumulação de capital
-----	-----------	-----------	--------------------------------

(1+(i%.dac))

0	19/03/2023		1,000000
1	08/06/2023	81	1,270000
2	08/07/2023	111	1,370000
3	08/08/2023	142	1,473333
4	08/09/2023	173	1,576667
5	08/10/2023	203	1,676667

Para pagamento em prestações mensais, pelo MQJS-SNP-CD:

Num	Fator diário		Dias até "n"			Coefficiente de jurificação da PMT
-----	--------------	--	-----------------	--	--	--

Σ 6,016667

0

1 $1 + (0,003333333 \times 122) = 1,406666667$

2 $1 + (0,003333333 \times 92) = 1,306666667$

3 $1 + (0,003333333 \times 61) = 1,203333333$

4 $1 + (0,003333333 \times 30) = 1,100000000$

5 $1 + (0,003333333 \times -) = 1,000000000$

$$PMT_{JCD} = FV_{JCD}$$

CPMT

$$PMT_{JCD} = \frac{1.676,67}{6,016667}$$

6,016667

$$PMT_{JSD} = 278,67$$

Num	Valor da prestação	Fator da cota de juros	Soma das cotas de juros anteriores	Base de cálculo da cota de juros	Valor da cota de juros	Valor da cota de amortização	Saldo devedor
-----	-----------------------	---------------------------	--	--	------------------------------	------------------------------------	------------------

0 1.000,00

1 278,67 0,270000 - 1.000,00 270,00 8,67 991,33

2 278,67 0,100000 270,00 721,33 72,13 206,54 784,79

3 278,67 0,103333 342,13 442,66 45,74 232,93 551,86

4 278,67 0,103333 387,87 163,99 16,95 261,72 290,14

5 278,67 0,100000 404,82 - 114,68 - 11,47 290,14 0,00

A soma do produto resultante da multiplicação entre o valor da prestação e coeficiente de jurificação de cada respectiva data de ocorrência e a data final do prazo deve ser igual ao valor futuro.

Num	Fator diário		Dias até "n"			Coeficiente de jurificação da PMT	Valor da prestação	Σ PMT NO INSTANTE N (lin)
-----	--------------	--	--------------	--	--	-----------------------------------	--------------------	----------------------------------

0								1.676,67
1	1 + (0,003333333 x	122	) =	1,406666667	278,67			392,00
2	1 + (0,003333333 x	92	) =	1,306666667	278,67			364,13
3	1 + (0,003333333 x	61	) =	1,203333333	278,67			335,33
4	1 + (0,003333333 x	30	) =	1,100000000	278,67			306,54
5	1 + (0,003333333 x	-	) =	1,000000000	278,67			278,67

A soma das prestações “desjurificadas” de forma composta diária, para o instante zero, também deve ser exatamente igual ao valor principal, R\$1.000,00.

NUM PARC	DIAS ACUMULADO	DIAS RESTANTES	PRES-TAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coeficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coeficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
----------	----------------	----------------	-------------------	-------------------------------------	---------------------------------------	---	---	-----------------------------

0					Σ	3,588469		1.000,00
1	81	122	278,67	1,406667	1,676667	0,838966	1,191943	233,80
2	111	92	278,67	1,306667	1,676667	0,779324	1,283163	217,17
3	142	61	278,67	1,203333	1,676667	0,717694	1,393352	200,00
4	173	30	278,67	1,100000	1,676667	0,656064	1,524242	182,83
5	203	0	278,67	1,000000	1,676667	0,596421	1,676667	166,20

Sistema de amortização - coeficiente de série não periódica (JS)

Valor financiado	1.000,00
Taxa mensal de juros	10,0000%
Número de parcelas	5
Coeficiente diário (1/30)	0,003333333
Valor ao final	1.676,67

Num parc	0	1	2	3	4	5
Data	19/03/2023	08/06/2023	08/07/2023	08/08/2023	08/09/2023	08/10/2023
Num dias		81	30	31	31	30
Dias acum		81	111	142	173	203
Dias até fim prz		122	92	61	30	-
Princ atualiz	1.000,00	1.270,00	1.370,00	1.473,33	1.576,67	1.676,67
Variação 0		278,67	278,67	278,67	278,67	278,67
Variação 1			306,54	307,47	307,47	306,54
Variação 2				335,33	336,26	335,33
Variação 3					364,13	364,13
Variação 4						392,00
Saldo devedor	1.000,00	991,33	784,79	551,86	290,14	0,00

Prestação		278,67	278,67	278,67	278,67	278,67
Amortização		8,67	206,54	232,93	261,72	290,14
Juros		270,00	72,13	45,74	16,95	11,47

CAPÍTULO 35 - CAPITALIZAÇÃO DIÁRIA NA QUITAÇÃO DE EMPRÉSTIMOS SOB JUROS SIMPLES, EM SÉRIE NÃO PERIÓDICA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES, COM USO DA TABELA REDOMA

Num	Data venc	DIA DA SEMANA	DATA DO VENCTO	DIA DA SEMANA	Num dias
					148

0	24/01/2023	ter	24/01/2023	ter	
1	21/02/2023	fer	22/02/2023	qua	29
2	21/03/2023	ter	21/03/2023	ter	27
3	21/04/2023	fer	20/04/2023	qui	30
4	21/05/2023	dom	22/05/2023	seg	32
5	21/06/2023	qua	21/06/2023	qua	30

Num	DATA DO VENCTO	Dias acum	Fator de acumulação de capital
-----	----------------	-----------	--------------------------------

			(1+(i%.dac)
0	24/01/2023		1,000000
1	22/02/2023	28	1,093333
2	21/03/2023	56	1,186667
3	20/04/2023	87	1,290000
4	22/05/2023	117	1,390000
5	21/06/2023	148	1,493333

$$FV = PV \cdot [1 + (i\%d \cdot Nd)]$$

$$FV = 1.493,33$$

Num	Fator diário	Dias até "n"	Coefficiente de jurificação
			Σ
			6,013333

0

$$1 \quad 1 + (0,003333333 \times 120) = 1,400000000$$

$$2 \quad 1 + (0,003333333 \times 92) = 1,306666667$$

$$3 \quad 1 + (0,003333333 \times 61) = 1,203333333$$

$$4 \quad 1 + (0,003333333 \times 31) = 1,103333333$$

$$5 \quad 1 + (0,003333333 \times -) = 1,000000000$$

$$PMT = FV / CF$$

$$PMT = \frac{1.493,33}{6,013333}$$

$$PMT = 248,34$$

Num	Valor da prestação	Fator da cota de juros	Soma das cotas de juros anteriores	Base de cálculo da cota de juros	Valor da cota de juro	Valor da cota de amortização	Saldo devedor
0							1.000,00
1	248,34	0,096667	-	1.000,00	96,67	151,67	848,33
2	248,34	0,090000	96,67	751,66	67,65	180,69	667,64
3	248,34	0,100000	164,32	503,33	50,33	198,00	469,64
4	248,34	0,106667	214,65	254,99	27,20	221,14	248,50
5	248,34	0,100000	241,85	6,65	0,67	247,67	0,83

Num	Fator diário	Dias até "n"	Coefficiente de jurificação	Valor da prestação	Σ PMT NO INSTANTE N (lin)
0					1.493,33
1	$1 + (0,003333333 \times 120)$	=	1,400000000	248,34	347,67
2	$1 + (0,003333333 \times 92)$	=	1,306666667	248,34	324,49
3	$1 + (0,003333333 \times 61)$	=	1,203333333	248,34	298,83
4	$1 + (0,003333333 \times 31)$	=	1,103333333	248,34	274,00
5	$1 + (0,003333333 \times -)$	=	1,000000000	248,34	248,34

NUM PARC	DIAS ACUMULADO	DIAS RESTANTES	PRESTAÇ ÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
0					Σ	4,026786		1.000,00
1	28	120	248,34	1,400000	1,493333	0,937500	1,066667	232,82
2	56	92	248,34	1,306667	1,493333	0,875000	1,142857	217,29
3	87	61	248,34	1,203333	1,493333	0,805804	1,240997	200,11
4	117	31	248,34	1,103333	1,493333	0,738839	1,353474	183,48
5	148	0	248,34	1,000000	1,493333	0,669643	1,493333	166,30

Sistema de amortização - coeficiente de série não periódica (JS)

Valor financiado	1.000,00
Taxa mensal de juros	10,0000%
Número de parcelas	5
Coeficiente diário (1/30)	0,003333333
Valor ao final	1.493,33

Num parc	0	1	2	3	4	5
Data	24/01/2023	22/02/2023	21/03/2023	20/04/2023	22/05/2023	21/06/2023
Num dias		29	27	30	32	30
Dias acum		29	56	86	118	148
Dias até fim prz		119	92	62	30	-
Princ atualiz	1.000,00	1.096,67	1.186,67	1.286,67	1.393,33	1.493,33
Variação 0		248,34	248,34	248,34	248,34	248,34
Variação 1			270,69	273,17	274,83	273,17
Variação 2				295,52	299,66	299,66
Variação 3					322,01	324,49
Variação 4						346,84
Saldo devedor	1.000,00	848,33	667,64	469,64	248,50	0,83

Prestação		248,34	248,34	248,34	248,34	248,34
Amortização		151,67	180,69	198,00	221,14	247,67
Juros		96,67	67,65	50,33	27,20	0,67

PARTE 4 - Métodos de amortização inconsistentes de acordo com as regras da matemática financeira

CAPÍTULO 36 - SACRE ALTERNATIVO

Há também quem, no SACRE, além da prestação utilize juros fixos em cada grupo de 12 meses.

Se $PV = 1.000,00$, $i\% = 10\%$, $n = 24$:

NUM PARC	SALDO DEVEDOR MENSAL	PRESTAÇÃO MENSAL	JURO NA PRESTAÇÃO	AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR RESIDUAL	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
0	1.000,00				1.000,00	11.467,91
1	1.000,00	141,67	100,00	41,67	958,33	1.268,53
2	958,33	141,67	100,00	41,67	916,67	1.153,21
3	916,67	141,67	100,00	41,67	875,00	1.048,37
4	875,00	141,67	100,00	41,67	833,33	953,06
5	833,33	141,67	100,00	41,67	791,67	866,42
6	791,67	141,67	100,00	41,67	750,00	787,65
7	750,00	141,67	100,00	41,67	708,33	716,05
8	708,33	141,67	100,00	41,67	666,67	650,95
9	666,67	141,67	100,00	41,67	625,00	591,78
10	625,00	141,67	100,00	41,67	583,33	537,98
11	583,33	141,67	100,00	41,67	541,67	489,07
12	541,67	141,67	100,00	41,67	500,00	444,61
13	500,00	91,67	50,00	41,67	458,33	261,54
14	458,33	91,67	50,00	41,67	416,67	237,76
15	416,67	91,67	50,00	41,67	375,00	216,15
16	375,00	91,67	50,00	41,67	333,33	196,50
17	333,33	91,67	50,00	41,67	291,67	178,63
18	291,67	91,67	50,00	41,67	250,00	162,39
19	250,00	91,67	50,00	41,67	208,33	147,63
20	208,33	91,67	50,00	41,67	166,67	134,21
21	166,67	91,67	50,00	41,67	125,00	122,01
22	125,00	91,67	50,00	41,67	83,33	110,92
23	83,33	91,67	50,00	41,67	41,67	100,83
24	41,67	91,67	50,00	41,67	0,00	91,67

Neste caso, o modelo alternativo do SACRE contempla juros em maior intensidade do que os sistemas de juros compostos anteriormente vistos.

No momento “n”, as prestações equivaleriam a $R\$11.467,21$, maior do que $FV_{JC} = R\$9.849,73$.

No momento zero, $R\$1.164,29$, maior do que $PV = R\$1.000,00$.

SACRE alternativo: valor presente das prestações periódicas

NUM PARC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente a juros compostos	Valor presente da prestação a juros compostos
-------------	---------------------	---	---

24 **Σ** **1.164,29****0****PMT / FVP**

1 141,67 1,1000 128,79

2 141,67 1,2100 117,08

3 141,67 1,3310 106,44

4 141,67 1,4641 96,76

5 141,67 1,6105 87,96

6 141,67 1,7716 79,97

7 141,67 1,9487 72,70

8 141,67 2,1436 66,09

9 141,67 2,3579 60,08

10 141,67 2,5937 54,62

11 141,67 2,8531 49,65

12 141,67 3,1384 45,14

13 91,67 3,4523 26,55

14 91,67 3,7975 24,14

15 91,67 4,1772 21,94

16 91,67 4,5950 19,95

17 91,67 5,0545 18,14

18 91,67 5,5599 16,49

19 91,67 6,1159 14,99

20 91,67 6,7275 13,63

21 91,67 7,4002 12,39

22 91,67 8,1403 11,26

23 91,67 8,9543 10,24

24 91,67 9,8497 9,31

Portanto, o método SACRE alternativo é inconsistente.

CAPÍTULO 37 - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO ALEMÃO - SAG: PAGAMENTOS ANTECIPADOS

Segundo seus idealizadores, seria um ‘método de amortização a juros compostos’, desenvolvido da seguinte maneira:

1. Na quitação de um empréstimo, os juros são pagos antecipadamente com prestações iguais, exceto a primeira que corresponde aos juros cobrados no momento da operação

$$PMT = PV \cdot i\% / [1 - (1 - i\%)^n]$$

2. O juro inicial, no momento zero, é igual ao produto da taxa $i\%$ pelo capital inicial PV.
3. O valor recebido efetivamente é $PV \cdot (1 - i\%)$, mas o cliente deve PV.
4. No início do 2o. período, o cliente está devendo PV, mas vai amortizar parte do saldo devedor com um valor A1:

$$CA1 = PMT \cdot (1 - i\%)^{n-m}$$

5. O saldo devedor, neste momento, é:

$$SD1 = SD0 - CA1$$

6. Em todas as situações, o final de um período significa o início do período seguinte.
7. Como ocorre a amortização de parte da dívida, ele de novo paga juros antecipados sobre a dívida neste momento.
8. E assim por diante, até o último mês, em que a amortização Am deve coincidir com a prestação PMT_m , uma vez que todos os juros já foram cobrados antecipadamente.

$$CA_m = CA1 / (1 - i\%)^{m-1}$$

ANÁLISE CRÍTICA E CÁLCULO CORRETO DO SAG – SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO ALEMÃO

Constata-se que, mediante aplicação da regra do “valor do dinheiro no tempo”, os saldos apresentados originalmente pelo SAG são meros saldos nominais, menores do que os efetivamente devidos, porque o valor das prestações é maior do que deveria ser.

Cabe lembrar que os efetivos saldos devedores sempre resultam da diferença entre os valores jurificados, até o momento considerado, do capital inicial e da soma das prestações ou valores pagos.

Aplicando-se o teste de jurificação até o instante “n”, verifica-se que a soma das prestações ultrapassa o valor futuro a juros compostos. Isto implica em que o valor ideal da prestação é menor do que o apresentado pelo SAG.

NUM PARC	SALDO DEVEDOR ANTERIOR	AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR RESIDUAL (base de cálculo dos juros)	JURO	PAGAMENTO / PRESTAÇÃO	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
5						1.651,88
0	1.000,00		1.000,00	100,00	100,00	161,05
1	1.000,00	160,22	839,78	83,98	244,19	357,52
2	839,78	178,02	661,77	66,18	244,19	325,02
3	661,77	197,80	463,97	46,40	244,19	295,48
4	463,97	219,77	244,19	24,42	244,19	268,61
5	244,19	244,19 -	0,00	(0,00)	244,19	244,19

NUM PARC	PV atualizado	Soma PMT atualizadas	Saldo devedor = PV atualiz - Σ PMT atualiz
-------------	---------------	-------------------------	---

5

0	1.000,00	100,00	900,00
1	1.100,00	354,19	745,81
2	1.210,00	633,81	576,19
3	1.331,00	941,38	389,62
4	1.464,10	1.279,72	184,38
5	1.610,51	1.651,88	(41,37)

Mantida a sistemática de prestações constantes, para que o método corresponda efetivamente ao regime de juros compostos, deve ser feito ajuste dos valores das prestações pelo comando “atingir meta” da ferramenta Microsoft Excel (aba “dados”; opções “teste de hipótese”, “atingir meta”, “definir célula” (soma), “para valor” (Valor futuro a juros compostos), “alternando célula” (taxa ideal de crescimento). Com o novo valor da prestação, modificam-se os saldos devedores intermediários nos diferentes momentos do prazo, resultantes da diferença entre os valores jurificados do capital inicial e da soma das novas prestações.

Ajuste no Excel:

Dados -> Teste de hipóteses ->

Atingir meta -> Definir célula

(SOMA); Para valor: valor futuro

Alternando célula: taxa

ideal de crescimento

Valor 1.000,00	Taxa de juros Prazo	10,00% ao mês 5			2,7751%
Num	Valor da amorti- zação	Juros	Valor PMT mais juros	Valor ideal da PMT	Valor ideal da PMT ao final do prazo n
VALOR FUTURO A JUROS COMPOSTOS					1.610,51
SOMA DO VALOR IDEAL DA PRESTAÇÃO, AJUSTADA PARA O MOMENTO "N"					1.610,51
0	-	100,00	100,00	100,00	161,05
1	160,22	83,98	244,19	237,42	347,60
2	178,02	66,18	244,19	237,42	316,00
3	197,80	46,40	244,19	237,42	287,28
4	219,77	24,42	244,19	237,42	261,16
5	244,19	- 0,00	244,19	237,42	237,42

NUM PARC	PAGAMENTO / PRESTAÇÃO	COTA DE JUROS NA PRESTAÇÃO	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)	PV atualizado	Soma PMT atualizadas	Saldo devedor = PV atualiz - Σ PMT atualiz
5					1.610,51			1.000,00
0	100,00	100,00	-	900,00	161,05	1.000,00	100,00	900,00
1	237,42	90,00	147,42	752,58	347,60	1.100,00	347,42	752,58
2	237,42	75,26	162,16	590,42	316,00	1.210,00	619,58	590,42
3	237,42	59,04	178,38	412,05	287,28	1.331,00	918,95	412,05
4	237,42	41,20	196,21	215,83	261,16	1.464,10	1.248,27	215,83
5	237,42	21,58	215,83	0,00	237,42	1.610,51	1.610,51	0,00

NUM PARC	PARC VINC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (numerador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
5				1,610510		Σ	1.000,00
0	5	100,00	1,610510	1,610510	1,000000	1,000000	100,00
1	4	237,42	1,464100	1,610510	0,909091	1,100000	215,83
2	3	237,42	1,331000	1,610510	0,826446	1,210000	196,21
3	2	237,42	1,210000	1,610510	0,751315	1,331000	178,38
4	1	237,42	1,100000	1,610510	0,683013	1,464100	162,16
5	0	237,42	1,000000	1,610510	0,620921	1,610510	147,42

CAPÍTULO 38 - SACOC - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO DA CONSTRUÇÃO CIVIL

É um método de amortização com prestações crescentes, anunciado como sendo de juros simples, em que, com base nos dados de capital inicial, taxa de juros e prazo:

1. A cota de amortização em cada prestação periódica postecipada é igual ao quociente resultante da divisão entre o capital inicial e o número de períodos do prazo total.
2. O valor da primeira prestação é igual à cota de amortização acrescida do produto entre a própria amortização e a taxa de juros.
3. Cada prestação seguinte é sempre igual à prestação anterior multiplicada pela taxa de juros.
4. A cota de juros em cada prestação resulta da subtração entre o valor da prestação e da cota de amortização.
5. O saldo devedor nominal, após o pagamento de cada prestação periódica, resulta da subtração entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização do período. Mas, via-de-regra, em caso de quitação antecipada pelos devedores, os credores apresentam o saldo devedor como produto da multiplicação entre o valor da prestação no momento considerado e o número de prestações vincendas.
6. A soma dos valores jurificados de cada prestação, até o momento “n”, ultrapassa o valor futuro a juros simples ($FV_{JS} = 1.500,00$), mas se equipara exatamente ao valor futuro a juros compostos ($FV_{JC} = 1.610,51$).

NUM PARC	SALDO DEVEDOR ANTERIOR	PRESTAÇÃO MENSAL	AMORTI- ZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	COTA DE JUROS NA PRESTAÇÃO	SALDO DEVEDOR RESIDUAL	Σ PMT NO INSTANTE N (lin)	Σ PMT NO INSTANTE N (exp)
0			1.000,00		1.000,00	1.586,24	1.610,51
1	1.000,00	220,00	200,00	20,00	800,00	308,00	322,10
2	800,00	242,00	200,00	42,00	600,00	314,60	322,10
3	600,00	266,20	200,00	66,20	400,00	319,44	322,10
4	400,00	292,82	200,00	92,82	200,00	322,10	322,10
5	200,00	322,10	200,00	122,10	-	322,10	322,10

ANÁLISE CRÍTICA E CÁLCULO CORRETO. SACOC SIMPLEX.

Inicialmente, cabe observar que a cota de juros da primeira prestação não é igual ao produto entre a taxa de juros e o capital inicial, resultado que coloca o sistema em xeque desde logo.

Mediante aplicação da regra do “valor do dinheiro no tempo”, constata-se que os saldos apresentados originalmente pelo SACOC são meros saldos nominais.

Também, não correspondem aos saldos efetivos os valores habitualmente cobrados pelos credores, iguais ao produto resultante da multiplicação do valor da prestação pelo número de parcelas a pagar.

Cabe lembrar que os efetivos saldos devedores intermediários sempre resultam da diferença entre os valores jurificados, até o momento considerado, do capital inicial e da soma das prestações.

SACOC - Sistema de Amortização da Construção Civil

NUM PARC	PMT1	PMT2	PMT3	PMT4	PMT5	Soma PMT jurificadas
0	1	2	3	4	5	
1	220,00					220,00
2	242,00	242,00				484,00
3	264,00	266,20	266,20			796,40
4	286,00	290,40	292,82	292,82		1.162,04
5	308,00	314,60	319,44	322,10	322,10	1.586,24

NUM PARC	PRT	PV jurificado	Soma PMT jurificadas	Saldo devedor = PV jurif - $\sum$ PMT jurif	SALDO DEVEDOR CIL
	$\sum$				PMT . (n-m)
0	5	1.000,00		1.000,00	1.000,00
1	4	1.100,00	220,00	880,00	880,00
2	3	1.200,00	484,00	716,00	726,00
3	2	1.300,00	796,40	503,60	532,40
4	1	1.400,00	1.162,04	237,96	292,82
5	0	1.500,00	1.586,24	(86,24)	-

Isto implica em que, se deve ser mantida a sistemática de prestações crescentes, para que o método corresponda efetivamente ao regime de juros simples, a partir do valor da primeira prestação (capital inicial dividido pelo número de meses; mais o produto deste resultado pela taxa de juros), deve ser feito ajuste dos valores das prestações seguintes, pelo comando “atingir meta” da ferramenta Microsoft Excel (aba “dados”; opções “teste de hipótese”, “atingir meta”, “definir célula” (soma), “para valor” (Valor futuro a juros simples), “alternando célula” (taxa ideal de crescimento).

SACOC - Sistema de Amortização da Construção Civil**AJUSTE DO SACOC PARA JUROS SIMPLES EFETIVOS***Ajuste no Excel:**Dados ->Teste de hipóteses->**Atingir meta->Definir célula**(SOMA); Para valor: valor futuro**Alternando célula: taxa**ideal de crescimento*

Valor 1.000,00	Taxa de juros 10,00%	Prazo 5		
				8,8235%
Num	Valor PMT mais juros	Valor da amortização	Valor ideal da PMT mais juros	Valor ideal ao final
				1.500,00
	PV/n+PV.i%	PV / n	Atingir meta	1.500,00
0				Σ
1	220,00	200,00	217,65	304,71
2	242,00	200,00	235,29	305,88
3	266,20	200,00	252,94	303,53
4	292,82	200,00	270,59	297,65
5	322,10	200,00	288,24	288,24

Num	Soma das cotas de juros anteriores	Base de cálculo da cota de juros	Valor ajustado da cota de juros	Valor ajustado da cota de amortização	Valor ajustado do saldo devedor
0					1.000,00
1	-	1.000,00	100,00	117,65	882,35
2	100,00	782,35	78,24	157,06	725,29
3	178,24	547,06	54,71	198,24	527,06
4	232,94	294,12	29,41	241,18	285,88
5	262,35	23,53	2,35	285,88 -	0,00

Com os novos valores das prestações, haja vista a primazia dos juros, de acordo com a lei do valor do dinheiro no tempo, modificam-se os valores das cotas de amortização em cada prestação, bem como os saldos devedores intermediários nos diferentes momentos do prazo, resultantes da diferença entre os valores jurificados do capital inicial e da soma das novas prestações.

SACOC AJUSTADO PARA JUROS SIMPLES EFETIVOS

				PV	i%	n
				1.000,00	10,00%	5
NUM PARC	COTA DE JUROS NA PRESTAÇÃO	COTA DE AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	PRESTAÇÃO MENSAL	PV jurificado	Soma PMT jurificadas	Saldo devedor = PV jurif - $\sum$ PMT jurif
0						1.000,00
1	100,00	117,65	217,65	1.100,00	217,65	882,35
2	78,24	157,06	235,29	1.200,00	474,71	725,29
3	54,71	198,24	252,94	1.300,00	772,94	527,06
4	29,41	241,18	270,59	1.400,00	1.114,12	285,88
5	2,35	285,88	288,24	1.500,00	1.500,00	(0,00)

Com o ajuste adequado, a soma dos novos valores da prestação, devidamente desjurificados até o instante zero, equivale exatamente ao valor do capital inicial.

NUM PARC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (denominador)	Fator do valor presente (denominador)	Coefficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coefficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
5		$FVPNm=1+[i\%.(n-m)]$	$FVPD=1+(i\%.n)$	$PV = PMT . FVPN / FVPD$	$[1+(i\%.n)]/[1+[i\%.(n-m)]]$	

$CVPp = FVPNm / FVPD$	$CVPq = FVPD / FVPNm$	
-----------------------	-----------------------	--

0			Σ			1.000,00
1	217,65	1,4000	1,500000	0,933333	1,071429	203,14
2	235,29	1,3000	1,500000	0,866667	1,153846	203,92
3	252,94	1,2000	1,500000	0,800000	1,250000	202,35
4	270,59	1,1000	1,500000	0,733333	1,363636	198,43
5	288,24	1,0000	1,500000	0,666667	1,500000	192,16

CAPÍTULO 39 - MAJS – MÉTODO DE AMORTIZAÇÃO A JUROS SIMPLES, SOB PRESTAÇÕES CRESCENTES MEDIANTE APLICAÇÃO CUMULATIVA DA TAXA DE JUROS.

Segundo seu(s) idealizador(es), o anunciado MAJS seria um ‘método de amortização a juros simples’, desenvolvido da seguinte maneira:

- “1. o valor do principal da parcela é apurado pela divisão do valor do financiamento pelo prazo do contrato;
2. mensalmente são exigidos os juros sobre o valor do principal da parcela à taxa contratada pelo prazo decorrido entre a data do contrato e o vencimento da parcela.
3. os juros sobre o saldo do principal não amortizado são calculados à taxa contratada, pelo prazo decorrido entre a data do contrato e a data do cálculo”.
4. A prestação mensal resulta da soma entre a cota periódica de amortização e a cota de juros.
5. O saldo devedor em cada momento resulta da subtração entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização.

Apesar disso, os credores geralmente informam o saldo devedor como sendo o produto do valor da prestação pelo número de períodos a decorrer até o final do prazo.

Considerado o exemplo adotado neste estudo, prazo (n) = 5; taxa (i%) = 10%; capital (C) = 1.000,00:

MAJS - Método de Amortização a Juros Simples ou SAC invertido

NUM PARC	PRT	SALDO DEVEDOR ANTERIOR	AMORTIZAÇÃO NA PRESTAÇÃO	COTA DE JURO NA PRESTAÇÃO	JUROS A RECEBER	PRESTAÇÃO MENSAL	SALDO DEVEDOR RESIDUAL
	Σ		PV / n	i% . m . Am	i% . m . SDm-1	Am + CJm	SDm-1 - Am
0	5		1.000,00				1.000,00
1	4	1.000,00	200,00	20,00	100,00	220,00	800,00
2	3	800,00	200,00	40,00	160,00	240,00	600,00
3	2	600,00	200,00	60,00	180,00	260,00	400,00
4	1	400,00	200,00	80,00	160,00	280,00	200,00
5	0	200,00	200,00	100,00	100,00	300,00	-

ANÁLISE CRÍTICA E CÁLCULO CORRETO. MAJS SIMPLEX.

Inicialmente, cabe observar que a cota de juros da primeira prestação não é igual ao produto entre a taxa de juros e o capital inicial, resultado que coloca o sistema em xeque desde logo.

Mediante aplicação da regra do “valor do dinheiro no tempo”, constata-se que os valores das prestações obtidas com o MAJS não atendem ao primeiro fator de autenticação, da equivalência ao

valor futuro a juros simples, de 1.500,00, pois a soma das prestações MAJS jurificadas atingem 1.540,00.

NUM PARC	PRT	PRESTAÇÃO MENSAL	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO	Σ PMT NO INSTANTE N (lin)
Σ		Am + CJm		$PMT \cdot \{1 + [i\% \cdot (n-m)]\}$
0	5			1.540,00
1	4	220,00	$1 + [10,00\% \times (5 - 1)] = 1,4000$	308,00
2	3	240,00	$1 + [10,00\% \times (5 - 2)] = 1,3000$	312,00
3	2	260,00	$1 + [10,00\% \times (5 - 3)] = 1,2000$	312,00
4	1	280,00	$1 + [10,00\% \times (5 - 4)] = 1,1000$	308,00
5	0	300,00	$1 + [10,00\% \times (5 - 5)] = 1,0000$	300,00

Além disso, os saldos intermediários apresentados pelo MAJS têm mero valor nominal.

Verifica-se que o saldo final é menor que zero, indicando que as prestações do MAJS são de maior valor do que o necessário para, ao final, quitar o empréstimo de modo que o saldo seja zero.

Cabe lembrar que os reais saldos devedores intermediários, sempre resultam da diferença entre os valores jurificados, na forma simples, até o momento considerado, do capital inicial e da soma das prestações.

NUM PARC	PV jurificado	PMT1	PMT2	PMT3	PMT4	PMT5	Soma PMT jurificadas	Saldo devedor = PV jurif - Σ PMT jurif
0		1	2	3	4	5		1.000,00
1	1.100,00	220,00					220,00	880,00
2	1.200,00	242,00	240,00				482,00	718,00
3	1.300,00	264,00	264,00	260,00			788,00	512,00
4	1.400,00	286,00	288,00	286,00	280,00		1.140,00	260,00
5	1.500,00	308,00	312,00	312,00	308,00	300,00	1.540,00	(40,00)

Isto implica em que, se deve ser mantida a sistemática de prestações crescentes, para que o método corresponda efetivamente ao regime de juros simples, a partir do valor da primeira prestação (capital inicial dividido pelo número de meses; mais o produto deste resultado pela taxa de juros), deve ser

feito ajuste dos valores das prestações seguintes, pelo comando “atingir meta” da ferramenta Microsoft Excel (aba “dados”; opções “teste de hipótese”, “atingir meta”, “definir célula” (soma), “para valor” (Valor futuro a juros simples), “alternando célula” (taxa ideal de crescimento).

Ajuste no Excel:

Dados -> Teste de hipóteses ->

MAJS - Método de Amortização a Juros Simples) ou SAC invertido *Atingir meta -> Definir célula*

AJUSTE DO MAJS PARA JUROS SIMPLES EFETIVOS

(SOMA); Para valor: valor futuro

Alternando célula: taxa

Valor		Taxa de juros		10,00% ao mês		ideal de crescimento		
1.000,00		Prazo		5		8,8235%		
PERÍODO	Valor PMT mais juros	Valor da amortização	Cota de juros	Valor ideal da PMT	Valor ajustado da cota de juros	Valor ajustado da cota de amortização	Valor ajustado do saldo devedor	Valor ideal da PMT ao final do prazo "n"
VALOR FUTURO A JUROS SIMPLES								1.500,00
	Am + CIm	PV / n	i% . m . Am	Atingir meta		SOMA		1.500,00
0						1.000,00		
1	220,00	200,00	20,00	217,65	100,00	117,65	882,35	304,71
2	240,00	200,00	40,00	235,29	78,24	157,06	725,29	305,88
3	260,00	200,00	60,00	252,94	54,71	198,24	527,06	303,53
4	280,00	200,00	80,00	270,59	29,41	241,18	285,88	297,65
5	300,00	200,00	100,00	288,24	2,35	285,88	- 0,00	288,24

Com os novos valores das prestações, haja vista a primazia dos juros, de acordo com a lei do valor do dinheiro no tempo, modificam-se os valores das cotas de amortização em cada prestação, bem como os saldos devedores intermediários nos diferentes momentos do prazo, resultantes da diferença entre os valores jurificados do capital inicial e da soma das novas prestações.

Com o ajuste adequado, a soma dos novos valores da prestação, devidamente desjurificados até o instante zero, equivale exatamente ao valor do capital inicial.

“MAJS – MÉTODO DE AMORTIZAÇÃO A JUROS SIMPLES”**CÁLCULO DO VALOR PRESENTE DAS PRESTAÇÕES NO MAJS AJUSTADO**

NUM PARC	PRESTAÇÃO MENSAL	Fator do valor presente (denominador)	Fator do valor presente (denominador)	Coeficiente do valor presente (multiplicando; multiplicador; produto)	Coeficiente inverso do valor presente (dividendo; divisor; quociente)	Valor presente da prestação
----------	---------------------	---	---	--	--	-----------------------------------

$$CVP_p = FVP_{Nm} / FVPD$$

$$CVP_q = FVPD / FVP_{Nm}$$

0			Σ			1.000,00
1	217,65	1,4000	1,500000	0,933333	1,071429	203,14
2	235,29	1,3000	1,500000	0,866667	1,153846	203,92
3	252,94	1,2000	1,500000	0,800000	1,250000	202,35
4	270,59	1,1000	1,500000	0,733333	1,363636	198,43
5	288,24	1,0000	1,500000	0,666667	1,500000	192,16

CAPÍTULO 40 - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO LINEAR – SAL OU MÉTODO DE EQUIVALÊNCIA JUROS SIMPLES – MEJS OU SISTEMA DE PRESTAÇÕES CONSTANTES A JUROS SIMPLES – SPCJS OU MÉTODO DO FATOR.

Segundo seus idealizadores, seria um ‘método de amortização a juros simples’, desenvolvido da seguinte maneira:

1. O valor da prestação periódica, constante e postecipada, é apurado pela divisão do valor do financiamento pela soma dos inversos dos coeficientes a juros simples, entre cada momento de ocorrência e o instante inicial do contrato.
2. A cota de amortização, em cada momento, resulta da divisão entre o valor da prestação e o inverso do produto entre a taxa de juros e o número de períodos decorridos.
3. A cota de juros, em cada momento, é resultado da subtração entre o valor da prestação e o da cota de amortização.
4. O saldo devedor, em cada momento, resulta da subtração entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização.

NUM PARC	Fator Simples (multiplicador) (inverso)	Prestação mensal	Fator cumulativo (divisor)	Cota de amortização na prestação	Cota de juro na prestação	Saldo devedor MEJS / SAL
m	$1/[1+(i\%.m)]$	$PMT = PV / \sum FS$	$[1+(i\%.m)]$	$CA = PMT/[1+(i\%.m)]$	$CJ = PMT - A$	$SDm = SD_{m-1} - A$
$\sum FS$	3,8926074	256,90				
0						1.000,00
1	0,9090909	256,90	1,1000	233,54	23,35	766,46
2	0,8333333	256,90	1,2000	214,08	42,82	552,38
3	0,7692308	256,90	1,3000	197,61	59,28	354,76
4	0,7142857	256,90	1,4000	183,50	73,40	171,26
5	0,6666667	256,90	1,5000	171,26	85,63	- 0,00

ANÁLISE CRÍTICA E CÁLCULO CORRETO DO SAL / MEJS / SPCJS

Inicialmente, cabe observar que a cota de juros da primeira prestação não é igual ao produto entre a taxa de juros e o capital inicial, resultado que coloca o sistema em xeque desde logo.

Aplicando-se o teste de jurificação até o instante “n”, verifica-se que a soma das prestações ultrapassa o valor futuro a juros simples. Isto implica em que o valor ideal da prestação é menor do que o apresentado pelo SAL / MEJS / SPCJS.

NUM PARC	Prestação mensal	Coefficiente de jurificação	Σ PMT "JURIFICADAS" NO INSTANTE "N" (linear)
0			1.541,38
1	256,90	$1 + [10,00\% \times (5 - 1)] = 1,4000$	359,66
2	256,90	$1 + [10,00\% \times (5 - 2)] = 1,3000$	333,97
3	256,90	$1 + [10,00\% \times (5 - 3)] = 1,2000$	308,28
4	256,90	$1 + [10,00\% \times (5 - 4)] = 1,1000$	282,59
5	256,90	$1 + [10,00\% \times (5 - 5)] = 1,0000$	256,90

E, também, constata-se que, mediante aplicação da regra do “valor do dinheiro no tempo”, os saldos apresentados originalmente pelo SAL / MEJS / SPCJS são meros saldos nominais.

Cabe lembrar que os efetivos saldos devedores intermediários sempre resultam da diferença, até o momento considerado, entre os valores jurificados do capital inicial e da soma das prestações.

NUM PARC	PMT1	PMT2	PMT3	PMT4	PMT5	Soma PMT jurificadas até "m"
0	1	2	3	4	5	
1	256,90					256,90
2	282,59	256,90				539,48
3	308,28	282,59	256,90			847,76
4	333,97	308,28	282,59	256,90		1.181,73
5	359,66	333,97	308,28	282,59	256,90	1.541,38

NUM PARC	Saldo devedor MEJS / SAL	PV jurificado até "m"	Soma PMT jurificadas até "m"	Saldo devedor efetivo = PV jurificado - $\sum$ PMT jurificadas
0	1.000,00			1.000,00
1	766,46	1.100,00	256,90	843,10
2	552,38	1.200,00	539,48	660,52
3	354,76	1.300,00	847,76	452,24
4	171,26	1.400,00	1.181,73	218,27
5 -	0,00	1.500,00	1.541,38	(41,38)

Assim, mantida a sistemática de prestações constantes, para que o método corresponda efetivamente ao regime de juros simples, deve ser feito ajuste dos valores das prestações pelo comando “atingir meta” da ferramenta Microsoft Excel (aba “dados”; opções “teste de hipótese”, “atingir meta”, “definir célula” (soma), “para valor” (Valor futuro a juros simples), “alternando célula” (taxa ideal de crescimento).

Com o novo valor da prestação, modificam-se os saldos devedores intermediários nos diferentes momentos do prazo, resultantes da diferença entre os valores jurificados do capital inicial e da soma das novas prestações.

Ajuste no Excel:

Dados->Teste de hipóteses->

Atingir meta->Definir célula

(SOMA); Para valor: valor futuro

Alternando célula: taxa

ideal de redução das PMT

2,6848%

Num	Valor PMT	Valor ideal da PMT pelo VDT (FVJS)	Valor ajustado da cota de juro simples	Valor ajustado da cota de amortização	Saldo devedor ajustado	Valor ideal da PMT ao final do prazo "n"
VALOR FUTURO A JUROS SIMPLES						1.500,00
SOMA DO VALOR IDEAL DA PRESTAÇÃO, AJUSTADA PARA O MOMENTO "N"						1.500,00
0					1.000,00	
1	256,90	250,00	100,00	150,00	850,00	350,00
2	256,90	250,00	75,00	175,00	675,00	325,00
3	256,90	250,00	50,00	200,00	475,00	300,00
4	256,90	250,00	25,00	225,00	250,00	275,00
5	256,90	250,00	-	250,00	-	250,00

Conclui-se que, pelo MEJS ajustado, o novo valor da prestação é exatamente igual ao do MQJS / SIMPLEX, conforme já visto anteriormente, o valor ideal para quitação de empréstimos sob juros simples.

PARTE 5 - Capitalização híbrida de juros

CAPÍTULO 41 - MQJH – Método de Quitação a Juros Híbridos ou SIMPCOMP ou PacGon ou MPG - Método Pacheco Gonzalez

CAPITALIZAÇÃO HÍBRIDA DE JUROS: SIMPLES E COMPOSTA.

A capitalização híbrida ocorre em situações que incidem juros simples em intervalos de tempo contidos em períodos maiores, dentro dos quais incidem juros compostos.

Esta combinação de incidência de juros simples e juros compostos está prevista no ordenamento jurídico brasileiro, com base no preceito definido no artigo 591 do Código Civil de 2002, que prevê a possibilidade de capitalização anual de juros.

Cabe lembrar que, embora haja diferenciação técnico-matemática entre capitalização de juros simples e compostos, o termo “capitalização” no ordenamento jurídico brasileiro remete à incidência de juros compostos.

A inédita metodologia ora apresentada foi concebida a partir de investigação empírica de inúmeros casos concretos em que havia combinação dos juros capitalizados (na forma composta) ao final de cada ano, mas, durante cada ano, incidência de juros simples.

Os estudos resultaram no equacionamento proposto, e, depois, no desenvolvimento algébrico que culminou com a síntese da fórmula geral para casos com prazos múltiplos de 12.

Este sistema de amortização, por mim desenvolvido, é denominado SIMPCOMP (juros simples combinados com juros compostos) ou MPG - Método Pacheco-González, e não constava da literatura clássica de Matemática Financeira até a publicação do livro “Juro que é simples!”, em maio de 2020.

O método foi devidamente registrado no Cartório Civil de Títulos e Documentos e de Pessoas Jurídicas da Comarca de Araranguá – SC, protocolo 058812 e registro 056.318 (Livro B-217, folhas 214); na Fundação Biblioteca Nacional – Escritório de Direitos Autorais, Rio de Janeiro - RJ, sob o protocolo 47/2014-SC; além de outras formas de comprovação do ineditismo da metodologia.

Assim, com a convicção de ter obtido a solução adequada, o MPG é a sistemática de cálculo para amortização de empréstimos ou financiamento com capitalização (composta) anual de juros, sem carência, mediante série uniforme de pagamentos mensais postecipados.

O MPG foi inicialmente desenvolvido mediante uso de planilha eletrônica, inclusive a função “atingir metas”, em um processo empírico com base em resultados da combinação de juros simples e juros compostos, para diversos cenários nas variáveis envolvidas.

Em aproximações sucessivas visou-se o cálculo do valor uniforme da prestação mensal, dos juros e da amortização contidos em cada uma das parcelas, além do saldo devedor residual.

Uma vez que os resultados atendiam os preceitos de parcelas fixas, assim como a lógica de juros simples durante o período de 12 meses dentro de cada ano, e a capitalização composta ao final de cada período anual, desenvolveu-se uma equação representativa da dinâmica de cálculo.

Ou seja, o capital inicial evolui em progressão aritmética dentro de cada ano.

A cada período inteiro de 12 meses, incidem juros compostos, em progressão geométrica.

Durante cada período de um ano, mês a mês, os juros são calculados na forma linear, ou seja, juros simples, não havendo juros sobre juros.

Mas ao final de cada período de um ano os juros são incorporados ao capital, e esta soma é base de cálculo para o novo período.

O capital anterior acrescido dos juros anuais é cotejado com as prestações mensais acrescidas dos juros proporcionais ao tempo que falta para atingir o ano. E assim por diante.

A partir de um capital inicial, PV, à taxa de juros $i\%$, em um determinado prazo “n”, já foi demonstrado que o valor futuro:

Sob juros simples é

$$FV_{JS} = PV \cdot [1 + (i\% \cdot n)]$$

Sob juros compostos é

$$FV_{JC} = PV \cdot (1 + i\%)^n$$

Retomando o exemplo do empréstimo de R\$1.000,00 (PV), à taxa de juros ($i\%$) de 10% ao mês, mas a ser amortizado em prestações postecipadas mensais no prazo (n) de 24 meses:

- Por juros simples, o valor futuro do empréstimo, R\$3.400,00 seria quitado em 24 parcelas mensais de R\$65,89;
- Se os juros forem compostos mensalmente, importa em valor futuro de R\$9.849,73, que é liquidado pelo valor de 24 prestações mensais de R\$88,49.

Sob capitalização híbrida, em períodos anuais múltiplos de 12, a fórmula do valor futuro é

$$FV_{CA} = PV \cdot [1 + (i\% \cdot 12)]^{nA}$$

em que nA = número de anos

Mediante capitalização anual de juros compostos (10% ao mês; 120% ao ano), no final do primeiro ano: R\$2.200,00; no final do segundo ano, R\$4.840,00.

$$FV = 1.000,00 \times [1 + (10\% \times 12)]^2$$

$$FV = 1.000,00 \times [1 + 120\%]^2$$

$$FV = 1.000,00 \times 2,20^2$$

$$FV = 1.000,00 \times 4,84$$

$$FV = 4.840,00$$

Alternativamente, se o valor financiado tiver que ser resgatado gradativamente, mediante 24 parcelas de valor fixo, iguais entre si, uma a cada período, qual o valor unitário das prestações postecipadas (PMT_{CA}), em períodos de mesma duração, sucessivas e iguais, que, ao final do prazo “n”, remuneram um empréstimo de capital mais juros, no regime de capitalização anual de juros?

As prestações devem ser iguais entre si.

$$PMT_{CA} = PMT_{CA1} = PMT_{C2} = \dots = PMT_{CA23} = PMT_{CA24}$$

Transparece lógico que o valor da prestação para liquidar um empréstimo desta natureza seja menor do que a necessária para liquidar o mesmo empréstimo a juros compostos; e maior do que no caso de juros simples.

O valor futuro de cada prestação, até o momento 24, pode ser assim calculado:

1ª: 11 meses no primeiro ano sob juros simples de 10% ao mês, 110%; acumulado com mais 12 meses no segundo ano sob juros simples de 10% ao mês: $PMT_{CA} \times 2,10 \times 2,20 = PMT_{CA} \times 4,62$

2ª: 10 meses no primeiro ano sob juros simples de 10% ao mês, 100%; acumulado com mais 12 meses no segundo ano sob juros simples de 10% ao mês: $PMT_{CA} \times 2,00 \times 2,20 = PMT_{CA} \times 4,40$

3ª: 4,18 ... 4ª: 3,96 ... 5ª: 3,74 ... 6ª: 3,52 ... 7ª: 3,30 ... 8ª: 3,08 ... 9ª: 2,86 ... 10ª: 2,64 ...

11ª: 1 mês no primeiro ano sob juros simples de 10% ao mês, 10%; acumulado com mais 12 meses no segundo ano sob juros simples de 10% ao mês: $PMT_{CA} \times 1,10 \times 2,20 = PMT_{CA} \times 2,42$

12ª: 0 mês no primeiro ano sob juros simples de 10% ao mês, 0%; acumulado com mais 12 meses no segundo ano sob juros simples de 10% ao mês: $PMT_{CA} \times 1,00 \times 2,20 = PMT_{CA} \times 2,20$

13ª: 11 meses no segundo ano sob juros simples de 10% ao mês: $PMT_{CA} \times 2,10$

14ª: 10 meses no segundo ano sob juros simples de 10% ao mês: $PMT_{CA} \times 2,00$

15ª: 1,90 ... 16ª: 1,80 ... 17ª: 1,70 ... 18ª: 1,60 ... 19ª: 1,50 ... 20ª: 1,40 ... 21ª: 1,30 ... 22ª: 1,20 ...

23ª: 1 mês no segundo ano sob juros simples de 10% ao mês: $PMT_{CA} \times 1,10$

24ª: 0 mês no segundo ano sob juros simples de 10% ao mês: $PMT_{CA} \times 1,00$

A soma dos coeficientes é de 59,52

O valor da prestação resulta da divisão entre o valor futuro e a soma dos coeficientes:

$$PMT_{CA} = \frac{FV_{CA}}{\Sigma \text{Coef}}$$

$$PMT_{CA} = \frac{4.840,00}{59,52}$$

$$PMT_{CA} = 81,317204 \rightarrow 81,32$$

Este é o valor da prestação mensal postecipada, que quita o empréstimo sob capitalização anual de juros compostos, mediante série uniforme. Menor do que a necessária para liquidar o mesmo empréstimo a juros compostos; e maior do que no caso de juros simples.

Com base no desenvolvimento algébrico retro apresentado, e com a contribuição decisiva do ilustre amigo e colega, professor Gabriel Walter Gonzalez Bochetti - *in memoriam*, uruguaio; pós-graduado, mestre e doutor em Ciências Contábeis; auditor; especialista em custos industriais e orçamento - foi possível sintetizar fórmula geral, a fim de calcular o valor necessário da prestação mensal (série uniforme), de valor fixo, sob capitalização simples de juros a cada mês e composta a cada período múltiplo de 12.

$$PMT_{CA} = \frac{2 \cdot i\% \cdot 12 \cdot PV \cdot [(1 + i\% \cdot 12)^{n/12}]}{(11 \cdot i\% \cdot 12 + 24) \cdot \{[(1 + i\% \cdot 12)^{n/12}] - 1\}}$$

em que PMT_{CA} =prestação mensal, PV=valor financiado, $i\%$ =taxa mensal de juros, e n=prazo ou número de meses para que seja liquidado o empréstimo.

Cálculo do Saldo Devedor Mensal e do Valor da Parcela de Juro e de Amortização em cada Prestação

In casu, os juros devem ser acumulados a cada ano, até o prazo total. Durante cada período de um ano, os juros são calculados na forma linear, ou seja, juros simples. Mas os juros de cada ano são incorporados ao capital, e esta soma é base de cálculo para o novo período. O capital anterior acrescido dos juros anuais é cotejado com as prestações mensais acrescidas dos juros proporcionais ao tempo que falta para atingir o ano. E assim por diante.

Em cada mês, dentro de cada ano, a cota de juro contida na prestação é igual ao produto da taxa mensal de juros pela diferença entre o saldo devedor anterior e a soma acumulada das cotas anteriores de juro dentro do ano em curso.

A parcela de amortização mensal é a diferença entre o valor da prestação mensal e a parcela de juro do mês em curso.

O saldo devedor mensal é o resultado da subtração entre o saldo devedor anterior e a parcela de amortização do mês em curso.

Mas o saldo devedor em cada mês também pode ser apurado mediante o cálculo da subtração entre o saldo devedor no início de cada ano em curso, devidamente justificado pela taxa mensal até o mês a que se refere o cálculo; e a soma das prestações mensais do ano em curso, dentro de cada período anual, até o mês em análise, que também devem ser justificadas pela taxa mensal desde a respectiva data de incidência.

De forma inversa, a diferença entre o saldo devedor atual, do mês em curso, e o saldo devedor do mês anterior resulta na parcela de amortização em cada mês.

A parcela de juros é o resultado da diferença entre o valor da prestação mensal e o da parcela de

amortização em cada mês.

$$PMT_{CA} = \frac{2 \times 10\% \times 12 \times 1.000,00 \times [(1 + 10\% \times 12)^{24/12}]}{(11 \times 10\% \times 12 + 24) \times [(1 + 10\% \times 12)^{24/12} - 1]}$$

$$PMT_{CA} = \frac{2 \times 120\% \times 1.000,00 \times [(1 + 120\%)^2]}{(11 \times 120\% + 24) \times [(1 + 120\%)^2 - 1]}$$

$$PMT_{CA} = \frac{2 \times 120\% \times 1.000,00 \times [(1 + 120\%)^2]}{(11 \times 120\% + 24) \times [(1 + 120\%)^2 - 1]}$$

$$PMT_{CA} = \frac{2.400,00 \times 4,84}{37,20 \times 3,84}$$

$$PMT_{CA} = \frac{11.616,00}{142,848}$$

$$PMT_{CA} = 81,317204 \rightarrow 81,32$$

Na mesma linha de ideias do que já se verificou para o método de quitação a juros simples, com base na capitalização composta anual, no Método Pacheco-Gonzalez, a cota de juro contida em cada prestação resulta da multiplicação da taxa de juros pela diferença entre o saldo devedor anterior e a soma das cotas de juros anteriores, DENTRO DE CADA ANO EM CURSO, recomeçando a contagem a cada início de ano seguinte.

A cota de amortização é resultado da diferença entre o valor da prestação e a cota de juros.

O saldo devedor decorre da subtração entre o saldo devedor anterior e a cota de amortização.

1ª:

$$CJ = i\% \cdot (SD_{m-1} - \Sigma CJ \text{ anteriores}) = 10\% \times (1.000,00 - 0,00) = 10\% \times 1.000,00 = 100,00$$

$$CA = PMT - CJ = 81,32 - 100,00 = (18,68)$$

$$SD = SD_{m-1} - CA = 1.000,00 - (18,68) = 1.018,68$$

2ª:

$$CJ = i\% \cdot (SD_{m-1} - \Sigma CJ \text{ anteriores}) = 10\% \times (1.018,68 - 100,00) = 10\% \times 918,68 = 91,87$$

$$CA = PMT - CJ = 81,32 - 91,87 = (10,55)$$

$$SD = SD_{m-1} - CA = 1.018,68 - (10,55) = 1.029,23$$

3ª:

$$CJ = i\% \cdot (SD_{m-1} - \Sigma CJ \text{ anteriores}) = 10\% \times (1.029,23 - 191,87) = 10\% \times 837,36 = 83,74$$

$$CA = PMT - CJ = 81,32 - 83,74 = (2,42)$$

$$SD = SD_{m-1} - CA = 1.029,83 - (2,42) = 1.031,65$$

...

11ª:

$$CJ = i\% \cdot (SDm-1 - \Sigma CJ \text{ anteriores}) = 10\% \times (820,90 - 634,07) = 10\% \times 186,83 = 18,68$$

$$CA = PMT - CJ = 81,32 - 18,68 = 62,63$$

$$SD = SDm-1 - CA = 820,90 - 62,63 = 758,27$$

12ª:

$$CJ = i\% \cdot (SDm-1 - \Sigma CJ \text{ anteriores}) = 10\% \times (758,27 - 652,76) = 10\% \times 105,51 = 10,55$$

$$CA = PMT - CJ = 81,32 - 10,55 = 70,77$$

$$SD = SDm-1 - CA = 758,27 - 70,77 = 687,50$$

NO NOVO PERÍODO DE 12 MESES:

13ª:

$$CJ = i\% \cdot (SDm-1 - \Sigma CJ \text{ anteriores}) = 10\% \times (687,50 - 0,00) = 10\% \times 687,50$$

$$CA = PMT - CJ = 81,32 - 68,75 = 12,57$$

$$SD = SDm-1 - CA = 687,50 - 12,57 = 674,93$$

14ª:

$$CJ = i\% \cdot (SDm-1 - \Sigma CJ \text{ anteriores}) = 10\% \times (674,93 - 68,75) = 10\% \times 606,18 = 60,62$$

$$CA = PMT - CJ = 81,32 - 60,62 = 20,70$$

$$SD = SDm-1 - CA = 674,93 - 20,70 = 654,23$$

15ª:

$$CJ = i\% \cdot (SDm-1 - \Sigma CJ \text{ anteriores}) = 10\% \times (654,23 - 129,37) = 10\% \times 524,87 = 52,49$$

$$CA = PMT - CJ = 81,32 - 52,49 = 28,83$$

$$SD = SDm-1 - CA = 654,83 - 28,83 = 625,40$$

...

23ª:

$$CJ = i\% \cdot (SDm-1 - \Sigma CJ \text{ anteriores}) = 10\% \times (195,90 - 321,57) = 10\% \times (125,67) = (12,57)$$

$$CA = PMT - CJ = 81,32 - (12,57) = 93,88$$

$$SD = SDm-1 - CA = 195,90 - 93,88 = 102,02$$

24ª:

$$CJ = i\% \cdot (SDm-1 - \Sigma CJ \text{ anteriores}) = 10\% \times (102,02 - 309,01) = 10\% \times (206,99) = (20,70)$$

$$CA = PMT - CJ = 81,32 - (20,70) = 102,02$$

$$SD = SDm-1 - CA = 102,02 - 102,02 = 0,00$$

Realizados inúmeros testes de eficiência e eficácia da sistemática, comprovou-se que o Método Pacheco-González oferece solução segura para o problema proposto, em situações análogas.

Capitalização híbrida: simples mensal; composta anual

										n =		24					
										Número de anos inteiros		=		2		VALOR FUTURO	
										Número de meses no último ano		=		12		4.840,00	
NUM PARC	NUM DO ANO	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DENTRO DE CADA ANO												COEFICIENTE DO FINAL DE CADA ANO ATÉ O ÚLTIMO MÊS		COEFICIENTE TOTAL coef1 x coef2	
24		Prazo restante (meses no ano)								Taxa juros		Coeficiente 1		Coeficiente 2		59,52	
0		VALOR DA PRESTAÇÃO												81,32			
1	1	12	-	1	=	11	div	12	=	0,9167	x	120,00%	=	2,1000	2,200000	4,6200	
2	1	12	-	2	=	10	div	12	=	0,8333	x	120,00%	=	2,0000	2,200000	4,4000	
3	1	12	-	3	=	9	div	12	=	0,7500	x	120,00%	=	1,9000	2,200000	4,1800	
4	1	12	-	4	=	8	div	12	=	0,6667	x	120,00%	=	1,8000	2,200000	3,9600	
5	1	12	-	5	=	7	div	12	=	0,5833	x	120,00%	=	1,7000	2,200000	3,7400	
6	1	12	-	6	=	6	div	12	=	0,5000	x	120,00%	=	1,6000	2,200000	3,5200	
7	1	12	-	7	=	5	div	12	=	0,4167	x	120,00%	=	1,5000	2,200000	3,3000	
8	1	12	-	8	=	4	div	12	=	0,3333	x	120,00%	=	1,4000	2,200000	3,0800	
9	1	12	-	9	=	3	div	12	=	0,2500	x	120,00%	=	1,3000	2,200000	2,8600	
10	1	12	-	10	=	2	div	12	=	0,1667	x	120,00%	=	1,2000	2,200000	2,6400	
11	1	12	-	11	=	1	div	12	=	0,0833	x	120,00%	=	1,1000	2,200000	2,4200	
12	1	12	-	12	=	0	div	12	=	0,0000	x	120,00%	=	1,0000	2,200000	2,2000	
13	2	12	-	1	=	11	div	12	=	0,9167	x	120,00%	=	2,1000	1,000000	2,1000	
14	2	12	-	2	=	10	div	12	=	0,8333	x	120,00%	=	2,0000	1,000000	2,0000	
15	2	12	-	3	=	9	div	12	=	0,7500	x	120,00%	=	1,9000	1,000000	1,9000	
16	2	12	-	4	=	8	div	12	=	0,6667	x	120,00%	=	1,8000	1,000000	1,8000	
17	2	12	-	5	=	7	div	12	=	0,5833	x	120,00%	=	1,7000	1,000000	1,7000	
18	2	12	-	6	=	6	div	12	=	0,5000	x	120,00%	=	1,6000	1,000000	1,6000	
19	2	12	-	7	=	5	div	12	=	0,4167	x	120,00%	=	1,5000	1,000000	1,5000	
20	2	12	-	8	=	4	div	12	=	0,3333	x	120,00%	=	1,4000	1,000000	1,4000	
21	2	12	-	9	=	3	div	12	=	0,2500	x	120,00%	=	1,3000	1,000000	1,3000	
22	2	12	-	10	=	2	div	12	=	0,1667	x	120,00%	=	1,2000	1,000000	1,2000	
23	2	12	-	11	=	1	div	12	=	0,0833	x	120,00%	=	1,1000	1,000000	1,1000	
24	2	12	-	12	=	0	div	12	=	0,0000	x	120,00%	=	1,0000	1,000000	1,0000	

Capitalização híbrida: simples mensal; composta anual

NUM PARC	CAPITAL INICIAL JURIFICADO	PRESTAÇÃO MENSAL	PMT mais juro de 1 período	PMT mais juro de 2 períodos	PMT mais juro de 3 períodos	PMT mais juro de 4 períodos	PMT mais juro de 5 períodos	PMT mais juro de 6 períodos	PMT mais juro de 7 períodos	PMT mais juro de 8 períodos	PMT mais juro de 9 períodos	PMT mais juro de 10 períodos	PMT mais juro de 11 períodos	PMTs DOS ANOS ANTERIORES JURIFICADAS	SOMADAS PRESTAÇÕES JURIFICADAS	SALDO DEVEDOR RESIDUAL			
																	A	B=3PMT	C = A - B
1	1.100,00	81,32	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	81,32	1.018,68			
2	1.200,00	81,32	89,45	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	170,77	1.029,23			
3	1.300,00	81,32	89,45	97,58	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	268,35	1.031,65			
4	1.400,00	81,32	89,45	97,58	105,71	-	-	-	-	-	-	-	-	-	374,06	1.025,94			
5	1.500,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	-	-	-	-	-	-	-	-	487,90	1.012,10			
6	1.600,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	-	-	-	-	-	-	-	609,88	990,12			
7	1.700,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	-	-	-	-	-	-	739,99	960,01			
8	1.800,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	138,24	-	-	-	-	-	878,23	921,77			
9	1.900,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	138,24	146,37	-	-	-	-	1.024,60	875,40			
10	2.000,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	138,24	146,37	154,50	-	-	-	1.179,10	820,90			
11	2.100,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	138,24	146,37	154,50	162,63	-	-	1.341,73	758,27			
12	2.200,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	138,24	146,37	154,50	162,63	170,77	-	1.512,50	687,50			
13	2.420,00	81,32	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.663,75	1.745,07	674,93			
14	2.640,00	81,32	89,45	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.815,00	1.985,77	654,23			
15	2.860,00	81,32	89,45	97,58	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1.966,25	2.234,60	625,40			
16	3.080,00	81,32	89,45	97,58	105,71	-	-	-	-	-	-	-	-	2.117,50	2.491,56	588,44			
17	3.300,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	-	-	-	-	-	-	-	2.268,75	2.756,65	543,35			
18	3.520,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	-	-	-	-	-	-	2.420,00	3.029,88	490,12			
19	3.740,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	-	-	-	-	-	2.571,25	3.311,24	428,76			
20	3.960,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	138,24	-	-	-	-	2.722,50	3.600,73	359,27			
21	4.180,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	138,24	146,37	-	-	-	2.873,75	3.898,35	281,65			
22	4.400,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	138,24	146,37	154,50	-	-	3.025,00	4.204,10	195,90			
23	4.620,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	138,24	146,37	154,50	162,63	-	3.176,25	4.517,98	102,02			
24	4.840,00	81,32	89,45	97,58	105,71	113,84	121,98	130,11	138,24	146,37	154,50	162,63	170,77	-	-	-			

Capitalização híbrida: simples mensal; composta anual

NUM PARC	MESES NO ANO	JURO MENSAL	CAPITAL INICIAL ATUALIZADO	PRESTAÇÃO MENSAL	VALOR DA PRESTAÇÃO ATÉ O ÚLTIMO MÊS	SOMA DOS JUROS ANTERIORES DENTRO DO ANO	BASE DE CÁLCULOS DA COTA DE JUROS	PARCELA DE JUROS	PARCELA DE AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR RESIDUAL	VALOR PMT AO FINAL DE CADA ANO	COMPENSAÇÃO ANUAL ENTRE SALDO DEVEDOR E PRESTAÇÕES
						=SJA/n-1+J	=SDR-SJA	=(SDR-SJA).i%	=PMT-J	= SDRn-1 - A		Σ
			1.000,00	FV = Σ	4.840,00					1.000,00		1.000,00
1	1	100,00	1.100,00	81,32	375,69	-	1.000,00	100,00	-	1.018,68	170,77	Saldo
2	2	100,00	1.200,00	81,32	357,80	100,00	918,68	91,87	-	1.029,23	162,63	jurificado
3	3	100,00	1.300,00	81,32	339,91	191,87	837,37	83,74	-	1.031,65	154,50	2.200,00
4	4	100,00	1.400,00	81,32	322,02	275,60	756,05	75,60		1.025,94	146,37	***
5	5	100,00	1.500,00	81,32	304,13	351,21	674,73	67,47		1.012,10	138,24	Soma das
6	6	100,00	1.600,00	81,32	286,24	418,68	593,41	59,34		990,12	130,11	prestações
7	7	100,00	1.700,00	81,32	268,35	478,02	512,10	51,21		960,01	121,98	jurificadas
8	8	100,00	1.800,00	81,32	250,46	529,23	430,78	43,08		921,77	113,84	1.512,50
9	9	100,00	1.900,00	81,32	232,57	572,31	349,46	34,95		875,40	105,71	***
10	10	100,00	2.000,00	81,32	214,68	607,26	268,15	26,81		820,90	97,58	SALDO
11	11	100,00	2.100,00	81,32	196,79	634,07	186,83	18,68		758,27	89,45	RESIDUAL
12	12	100,00	2.200,00	81,32	178,90	652,76	105,51	10,55		687,50	81,32	687,50
13	1	220,00	2.420,00	81,32	170,77	-	687,50	68,75		674,93	170,77	Saldo
14	2	220,00	2.640,00	81,32	162,63	68,75	606,18	60,62		654,23	162,63	jurificado
15	3	220,00	2.860,00	81,32	154,50	129,37	524,87	52,49		625,40	154,50	1.512,50
16	4	220,00	3.080,00	81,32	146,37	181,85	443,55	44,35		588,44	146,37	***
17	5	220,00	3.300,00	81,32	138,24	226,21	362,23	36,22		543,35	138,24	Soma das
18	6	220,00	3.520,00	81,32	130,11	262,43	280,91	28,09		490,12	130,11	prestações
19	7	220,00	3.740,00	81,32	121,98	290,52	199,60	19,96		428,76	121,98	jurificadas
20	8	220,00	3.960,00	81,32	113,84	310,48	118,28	11,83		359,27	113,84	1.512,50
21	9	220,00	4.180,00	81,32	105,71	322,31	36,96	3,70		281,65	105,71	***
22	10	220,00	4.400,00	81,32	97,58	326,01	-	4,44		195,90	97,58	SALDO
23	11	220,00	4.620,00	81,32	89,45	321,57	-	12,57		102,02	89,45	RESIDUAL
24	12	220,00	4.840,00	81,32	81,32	309,01	-	20,70		0,00	81,32	0,00

Também poderá haver casos em que o número de meses do contrato, em que incida a capitalização anual de juros, não seja múltiplo de 12, mas seguindo-se a mesma metodologia retro empregada, obtém-se resultados exatos para a sistemática proposta.

Se o prazo não for múltiplo de 12 meses, também é possível calcular o valor da prestação.

O prazo inferior ao ano é computado em juros simples. Divide-se o prazo total em meses por 12.

$$n/12 = ng$$

A parte inteira (ng) é o número de anos completos do prazo.

Do total de meses, subtrai-se o produto resultante da multiplicação do número de anos inteiros por 12.

$$n - 12.ng = nr$$

Este é o número de meses do último período (nr), ano incompleto, em que os juros são contados na forma simples.

O valor futuro da capitalização híbrida será:

$$FV_{CH} = PV \cdot [1+(i\%.12)]^{ng} \cdot (1+i\%.nr)$$

Com o mesmo valor presente, taxa de juros e capitalização anual, segue-se a planilha de cálculo da prestação para 23 meses:

Capitalização híbrida: simples mensal; composta anual

										n =		23						
										Número de anos inteiros		=		1				
										Número de meses no último ano		=		11				
														VALOR FUTURO				
														4.620,00				
NUM PARC	NUM DO ANO	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DENTRO DE CADA ANO												COEFICIENTE DO FINAL DE CADA ANO ATÉ O ÚLTIMO MÊS		COEFICIENTE TOTAL coef1 x coef2		
23		Prazo restante (meses no ano)								Taxa juros			Coeficiente 1		Coeficiente 2		55,56	
0		VALOR DA PRESTAÇÃO												83,15				
1	1	12	-	1	=	11	div	12	=	0,9167	x	120,00%	=	2,1000	2,100000	4,4100		
2	1	12	-	2	=	10	div	12	=	0,8333	x	120,00%	=	2,0000	2,100000	4,2000		
3	1	12	-	3	=	9	div	12	=	0,7500	x	120,00%	=	1,9000	2,100000	3,9900		
4	1	12	-	4	=	8	div	12	=	0,6667	x	120,00%	=	1,8000	2,100000	3,7800		
5	1	12	-	5	=	7	div	12	=	0,5833	x	120,00%	=	1,7000	2,100000	3,5700		
6	1	12	-	6	=	6	div	12	=	0,5000	x	120,00%	=	1,6000	2,100000	3,3600		
7	1	12	-	7	=	5	div	12	=	0,4167	x	120,00%	=	1,5000	2,100000	3,1500		
8	1	12	-	8	=	4	div	12	=	0,3333	x	120,00%	=	1,4000	2,100000	2,9400		
9	1	12	-	9	=	3	div	12	=	0,2500	x	120,00%	=	1,3000	2,100000	2,7300		
10	1	12	-	10	=	2	div	12	=	0,1667	x	120,00%	=	1,2000	2,100000	2,5200		
11	1	12	-	11	=	1	div	12	=	0,0833	x	120,00%	=	1,1000	2,100000	2,3100		
12	1	12	-	12	=	0	div	12	=	0,0000	x	120,00%	=	1,0000	2,100000	2,1000		
13	2	11	-	1	=	10	div	12	=	0,8333	x	120,00%	=	2,0000	1,000000	2,0000		
14	2	11	-	2	=	9	div	12	=	0,7500	x	120,00%	=	1,9000	1,000000	1,9000		
15	2	11	-	3	=	8	div	12	=	0,6667	x	120,00%	=	1,8000	1,000000	1,8000		
16	2	11	-	4	=	7	div	12	=	0,5833	x	120,00%	=	1,7000	1,000000	1,7000		
17	2	11	-	5	=	6	div	12	=	0,5000	x	120,00%	=	1,6000	1,000000	1,6000		
18	2	11	-	6	=	5	div	12	=	0,4167	x	120,00%	=	1,5000	1,000000	1,5000		
19	2	11	-	7	=	4	div	12	=	0,3333	x	120,00%	=	1,4000	1,000000	1,4000		
20	2	11	-	8	=	3	div	12	=	0,2500	x	120,00%	=	1,3000	1,000000	1,3000		
21	2	11	-	9	=	2	div	12	=	0,1667	x	120,00%	=	1,2000	1,000000	1,2000		
22	2	11	-	10	=	1	div	12	=	0,0833	x	120,00%	=	1,1000	1,000000	1,1000		
23	2	11	-	11	=	0	div	12	=	-	x	120,00%	=	1,0000	1,000000	1,0000		

E para 25 meses:

Capitalização híbrida: simples mensal; composta anual

										n		=	25					
										Número de anos inteiros		=	2					
										Número de meses no último ano		=	1					
															VALOR FUTURO			
															5.324,00			
NUM PARC	NUM DO ANO	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DENTRO DE CADA ANO													COEFICIENTE DO FINAL DE CADA ANO ATÉ O ÚLTIMO MÊS		COEFICIENTE TOTAL coef1 x coef2	
25		Prazo restante (meses no ano)								Taxa juros			Coeficiente 1		Coeficiente 2		66,47	
0		VALOR DA PRESTAÇÃO													80,09			
1	1	12	-	1	=	11	div	12	=	0,9167	x	120,00%	=	2,1000	2,420000	5,0820		
2	1	12	-	2	=	10	div	12	=	0,8333	x	120,00%	=	2,0000	2,420000	4,8400		
3	1	12	-	3	=	9	div	12	=	0,7500	x	120,00%	=	1,9000	2,420000	4,5980		
4	1	12	-	4	=	8	div	12	=	0,6667	x	120,00%	=	1,8000	2,420000	4,3560		
5	1	12	-	5	=	7	div	12	=	0,5833	x	120,00%	=	1,7000	2,420000	4,1140		
6	1	12	-	6	=	6	div	12	=	0,5000	x	120,00%	=	1,6000	2,420000	3,8720		
7	1	12	-	7	=	5	div	12	=	0,4167	x	120,00%	=	1,5000	2,420000	3,6300		
8	1	12	-	8	=	4	div	12	=	0,3333	x	120,00%	=	1,4000	2,420000	3,3880		
9	1	12	-	9	=	3	div	12	=	0,2500	x	120,00%	=	1,3000	2,420000	3,1460		
10	1	12	-	10	=	2	div	12	=	0,1667	x	120,00%	=	1,2000	2,420000	2,9040		
11	1	12	-	11	=	1	div	12	=	0,0833	x	120,00%	=	1,1000	2,420000	2,6620		
12	1	12	-	12	=	0	div	12	=	0,0000	x	120,00%	=	1,0000	2,420000	2,4200		
13	2	12	-	1	=	11	div	12	=	0,9167	x	120,00%	=	2,1000	1,100000	2,3100		
14	2	12	-	2	=	10	div	12	=	0,8333	x	120,00%	=	2,0000	1,100000	2,2000		
15	2	12	-	3	=	9	div	12	=	0,7500	x	120,00%	=	1,9000	1,100000	2,0900		
16	2	12	-	4	=	8	div	12	=	0,6667	x	120,00%	=	1,8000	1,100000	1,9800		
17	2	12	-	5	=	7	div	12	=	0,5833	x	120,00%	=	1,7000	1,100000	1,8700		
18	2	12	-	6	=	6	div	12	=	0,5000	x	120,00%	=	1,6000	1,100000	1,7600		
19	2	12	-	7	=	5	div	12	=	0,4167	x	120,00%	=	1,5000	1,100000	1,6500		
20	2	12	-	8	=	4	div	12	=	0,3333	x	120,00%	=	1,4000	1,100000	1,5400		
21	2	12	-	9	=	3	div	12	=	0,2500	x	120,00%	=	1,3000	1,100000	1,4300		
22	2	12	-	10	=	2	div	12	=	0,1667	x	120,00%	=	1,2000	1,100000	1,3200		
23	2	12	-	11	=	1	div	12	=	0,0833	x	120,00%	=	1,1000	1,100000	1,2100		
24	2	12	-	12	=	0	div	12	=	0,0000	x	120,00%	=	1,0000	1,100000	1,1000		
25	3	1	-	1	=	0	div	12	=	-	x	120,00%	=	1,0000	1,000000	1,0000		

Além da capitalização anual, há previsão legal de capitalização semestral em algumas cédulas ou notas de crédito.

Da mesma forma que antes, também é possível apurar o valor futuro, as prestações e as demais verbas, inclusive saldo devedor, mediante utilização da mesma metodologia retro apresentada, obtendo-se resultados exatos para a situação proposta.

Capitalização híbrida: simples mensal; composta semestral

					n =		24						
					Número de semestres inteiros		= 4						
					Número de meses no último semestre		= 6						
					VALOR FUTURO								
					6.553,60								
NUM PARC	NUM DO SEMES-TRE	VALOR DO COEFICIENTE DO FINAL DE CADA SEMESTRE ATÉ O ÚLTIMO MÊS	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DENTRO DE CADA SEMESTRE										COEFICIENTE TOTAL coef1 x coef2
24		Coeficiente 1	Prazo restante (meses no semestre)					Taxa juros			Coeficiente 2	69,42	
0			VALOR DA PRESTAÇÃO										94,41
1	1	4,096000	6	- 1 = 5	div 6 =	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	6,1440		
2	1	4,096000	6	- 2 = 4	div 6 =	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	5,7344		
3	1	4,096000	6	- 3 = 3	div 6 =	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	5,3248		
4	1	4,096000	6	- 4 = 2	div 6 =	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	4,9152		
5	1	4,096000	6	- 5 = 1	div 6 =	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	4,5056		
6	1	4,096000	6	- 6 = 0	div 6 =	-	x	60,00%	=	1,0000	4,0960		
7	2	2,560000	6	- 1 = 5	div 6 =	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	3,8400		
8	2	2,560000	6	- 2 = 4	div 6 =	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	3,5840		
9	2	2,560000	6	- 3 = 3	div 6 =	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	3,3280		
10	2	2,560000	6	- 4 = 2	div 6 =	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	3,0720		
11	2	2,560000	6	- 5 = 1	div 6 =	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	2,8160		
12	2	2,560000	6	- 6 = 0	div 6 =	0,0000	x	60,00%	=	1,0000	2,5600		
13	3	1,600000	6	- 1 = 5	div 6 =	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	2,4000		
14	3	1,600000	6	- 2 = 4	div 6 =	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	2,2400		
15	3	1,600000	6	- 3 = 3	div 6 =	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	2,0800		
16	3	1,600000	6	- 4 = 2	div 6 =	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	1,9200		
17	3	1,600000	6	- 5 = 1	div 6 =	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	1,7600		
18	3	1,600000	6	- 6 = 0	div 6 =	-	x	60,00%	=	1,0000	1,6000		
19	4	1,000000	6	- 1 = 5	div 6 =	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	1,5000		
20	4	1,000000	6	- 2 = 4	div 6 =	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	1,4000		
21	4	1,000000	6	- 3 = 3	div 6 =	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	1,3000		
22	4	1,000000	6	- 4 = 2	div 6 =	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	1,2000		
23	4	1,000000	6	- 5 = 1	div 6 =	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	1,1000		
24	4	1,000000	6	- 6 = 0	div 6 =	0,0000	x	60,00%	=	1,0000	1,0000		

Poderá haver casos em que o número de meses do contrato em que incida a capitalização semestral de juros não seja múltiplo de 6.

Segue-se a tabela de cálculo das prestações para 23 meses, com o mesmo valor presente, taxa de juros e capitalização semestral.

Capitalização híbrida: simples mensal; composta semestral

										n =		23					
										Número de semestres inteiros		=		3		VALOR FUTURO	
										Número de meses no último semestre		=		5		6.144,00	
NUM PARC	NUM DO SEMES-TRE	VALOR DO COEFICIENTE DO FINAL DE CADA SEMESTRE ATÉ O ÚLTIMO MÊS	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DENTRO DE CADA SEMESTRE										COEFICIENTE TOTAL coef1 x coef2				
23		Coeficiente 1	Prazo restante (meses no semestre)					Taxa juros			Coeficiente 2		64,05				
0			VALOR DA PRESTAÇÃO										95,93				
1	1	3,840000	6	-	1	=	5	div	6	=	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	5,7600	
2	1	3,840000	6	-	2	=	4	div	6	=	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	5,3760	
3	1	3,840000	6	-	3	=	3	div	6	=	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	4,9920	
4	1	3,840000	6	-	4	=	2	div	6	=	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	4,6080	
5	1	3,840000	6	-	5	=	1	div	6	=	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	4,2240	
6	1	3,840000	6	-	6	=	0	div	6	=	-	x	60,00%	=	1,0000	3,8400	
7	2	2,400000	6	-	1	=	5	div	6	=	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	3,6000	
8	2	2,400000	6	-	2	=	4	div	6	=	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	3,3600	
9	2	2,400000	6	-	3	=	3	div	6	=	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	3,1200	
10	2	2,400000	6	-	4	=	2	div	6	=	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	2,8800	
11	2	2,400000	6	-	5	=	1	div	6	=	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	2,6400	
12	2	2,400000	6	-	6	=	0	div	6	=	0,0000	x	60,00%	=	1,0000	2,4000	
13	3	1,500000	6	-	1	=	5	div	6	=	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	2,2500	
14	3	1,500000	6	-	2	=	4	div	6	=	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	2,1000	
15	3	1,500000	6	-	3	=	3	div	6	=	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	1,9500	
16	3	1,500000	6	-	4	=	2	div	6	=	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	1,8000	
17	3	1,500000	6	-	5	=	1	div	6	=	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	1,6500	
18	3	1,500000	6	-	6	=	0	div	6	=	-	x	60,00%	=	1,0000	1,5000	
19	4	1,000000	5	-	1	=	4	div	6	=	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	1,4000	
20	4	1,000000	5	-	2	=	3	div	6	=	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	1,3000	
21	4	1,000000	5	-	3	=	2	div	6	=	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	1,2000	
22	4	1,000000	5	-	4	=	1	div	6	=	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	1,1000	
23	4	1,000000	5	-	5	=	0	div	6	=	-	x	60,00%	=	1,0000	1,0000	

Segue-se a tabela de cálculo das prestações para 25 meses, com o mesmo valor presente, taxa de juros e capitalização semestral.

Capitalização híbrida: simples mensal; composta semestral

					n =		25									
					Número de semestres inteiros		=		4		VALOR FUTURO					
					Número de meses no último semestre		=		1		7.208,96					
NUM PARC	NUM DO SEMES-TRE	VALOR DO COEFICIENTE DO FINAL DE CADA SEMESTRE ATÉ O ÚLTIMO MÊS	COEFICIENTE DE JURIFICAÇÃO DENTRO DE CADA SEMESTRE										COEFICIENTE TOTAL coef1 x coef2			
25		Coeficiente 1	Prazo restante (meses no semestre)					Taxa juros			Coeficiente 2	77,36				
0			VALOR DA PRESTAÇÃO										93,18			
1	1	4,505600	6	-	1	=	5	div	6	=	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	6,7584
2	1	4,505600	6	-	2	=	4	div	6	=	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	6,3078
3	1	4,505600	6	-	3	=	3	div	6	=	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	5,8573
4	1	4,505600	6	-	4	=	2	div	6	=	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	5,4067
5	1	4,505600	6	-	5	=	1	div	6	=	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	4,9562
6	1	4,505600	6	-	6	=	0	div	6	=	-	x	60,00%	=	1,0000	4,5056
7	2	2,816000	6	-	1	=	5	div	6	=	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	4,2240
8	2	2,816000	6	-	2	=	4	div	6	=	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	3,9424
9	2	2,816000	6	-	3	=	3	div	6	=	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	3,6608
10	2	2,816000	6	-	4	=	2	div	6	=	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	3,3792
11	2	2,816000	6	-	5	=	1	div	6	=	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	3,0976
12	2	2,816000	6	-	6	=	0	div	6	=	0,0000	x	60,00%	=	1,0000	2,8160
13	3	1,760000	6	-	1	=	5	div	6	=	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	2,6400
14	3	1,760000	6	-	2	=	4	div	6	=	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	2,4640
15	3	1,760000	6	-	3	=	3	div	6	=	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	2,2880
16	3	1,760000	6	-	4	=	2	div	6	=	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	2,1120
17	3	1,760000	6	-	5	=	1	div	6	=	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	1,9360
18	3	1,760000	6	-	6	=	0	div	6	=	-	x	60,00%	=	1,0000	1,7600
19	4	1,100000	6	-	1	=	5	div	6	=	0,8333	x	60,00%	=	1,5000	1,6500
20	4	1,100000	6	-	2	=	4	div	6	=	0,6667	x	60,00%	=	1,4000	1,5400
21	4	1,100000	6	-	3	=	3	div	6	=	0,5000	x	60,00%	=	1,3000	1,4300
22	4	1,100000	6	-	4	=	2	div	6	=	0,3333	x	60,00%	=	1,2000	1,3200
23	4	1,100000	6	-	5	=	1	div	6	=	0,1667	x	60,00%	=	1,1000	1,2100
24	4	1,100000	6	-	6	=	0	div	6	=	0,0000	x	60,00%	=	1,0000	1,1000
25	5	1,000000	1	-	1	=	0	div	6	=	-	x	60,00%	=	1,0000	1,0000

Adotada a mesma sistemática da capitalização anual de juros, prazos múltiplos de 12, será possível obter as cotas de juros e de amortização contidas em cada prestação, assim como os saldos devedores, tanto nos casos de capitalização, semestral como no de períodos não múltiplos de 12.

APÊNDICES

APÊNDICE 1 - SOBRE A CAPITALIZAÇÃO DE JUROS EM EMPRÉSTIMOS

Sendo a capitalização (composta) uma permissão da lei, se não contratada, prevalece a incidência de juros simples.

O primeiro ordenamento jurídico brasileiro a tratar dessa matéria foi o artigo 253, do Código Comercial, vedando “contar juros de juros”, não compreendendo “a acumulação de juros vencidos aos saldos liquidados em conta corrente de ano a ano”.

O Código Comercial, Lei 556/1850, assim dispunha:

“Art. 253 - É proibido contar juros de juros; esta proibição não compreende a acumulação de juros vencidos aos saldos liquidados em conta corrente de ano a ano”.

Posteriormente, o artigo 1.262, do Código Civil, de 1916, deu margem ao anatocismo, “mas só por cláusula expressa”.

“Art. 1.262. É permitido, mas só por cláusula expressa, fixar juros ao empréstimo de dinheiro ou de outras coisas fungíveis. Esses juros podem fixar-se abaixo ou acima da taxa legal (art. 1.062), com ou sem capitalização”.

Ratificou-se a anualidade com o advento do artigo 4º do Decreto n. 22.626/33.

“Art. 4º. É proibido contar juros dos juros: esta proibição não compreende a acumulação de juros vencidos aos saldos líquidos em conta corrente de ano a ano”.

Porém, fora desse parâmetro anual, a Súmula 121, do Supremo Tribunal Federal, vedou “a capitalização de juros, ainda que expressamente convencionada”. Essa corte maior, ainda, na Súmula 596, liberou as instituições integrantes do Sistema Financeiro Nacional (SFN), públicas ou privadas, para aplicação de taxas de juros e outros encargos cobrados nas suas operações.

A Lei 9.514/97: *“Art. 5º As operações de financiamento imobiliário em geral, no âmbito do SFI, serão livremente pactuadas pelas partes, observadas as seguintes condições essenciais: ... III - capitalização dos juros; ...”*

A prática de capitalização inferior ao ano também foi admitida e ratificada com a edição da Medida Provisória 1.963-17/2000, reeditada sob o número 2.170-36/2001, na condição de pacto expresse.

“Art. 5º Nas operações realizadas pelas instituições integrantes do Sistema Financeiro Nacional, é admissível a capitalização de juros com periodicidade inferior a um ano”.

Contudo, o Código Civil, de 2002, em seu artigo 591, define que, caso o mútuo seja destinado a fins econômicos, os juros não poderão exceder as taxas definidas no artigo 406, sendo permitida a capitalização anual, o que pressupõe estar o artigo 253, do Código Comercial, derogado. Estipula, assim, o aludido 406, que, em caso de “os juros não forem convencionados, ou se o forem sem taxa estipulada, ou quando provierem de determinação de lei, serão fixados segundo a taxa que estiver em vigor para a mora do pagamento de impostos devidos à Fazenda Nacional”.

“Art. 591 Destinando-se o mútuo a fins econômicos, presumem-se devidos juros, os quais, sob pena de redução, não poderão exceder a taxa a que se refere o art. 406, permitida a capitalização anual”.

Referencial à taxa legal de juros do Artigo 406, do novo Código Civil, pela doutrina, “é aquela entendida a ser aplicada ao quantum de 1%, convencionado no artigo 161, § 1º, do Código Tributário Nacional” (Scavone Junior, S/D; Conselho Nacional da Justiça - CNJ, 2012; Baptista, 2008; Ribeiro da Silva, 2009).

Mas, em consonância com os artigos 84 da Lei 8.981/95; 13 da lei 9.065/95; 39, §4º, da lei 9.250/95; 61, §3.º, da Lei 9.430/96, e artigo 30 da Lei 10.522/02, além de diversos tribunais estaduais, a Corte Especial do Superior Tribunal de Justiça (STJ) definiu a taxa legal de juros, incidente a partir de 11/1/203 (vigência do Código Civil 2002), como sendo a SELIC (Sistema Especial de Liquidação e Custódia), por ser essa a incidente como juros moratórios dos tributos federais (incluindo atualização monetária), posição adotada em 8/9/2008 (Jar e Silva, 2010), ratificada pela Terceira Turma dessa Corte em 28/11/2012.

O artigo 28, §1º, da Lei 10.931/2004, que criou a Cédula de Crédito Bancário, admitiu a prática de capitalização de juros, sem especificar a periodicidade.

“Art. 28. ... § 1º Na Cédula de Crédito Bancário poderão ser pactuados:

I - os juros sobre a dívida, capitalizados ou não, os critérios de sua incidência e, se for o caso, a periodicidade de sua capitalização, bem como as despesas e os demais encargos decorrentes da obrigação; ...

Sobre a viabilidade de aplicação da capitalização anual, desde que expressamente contratada, assim dispôs o STJ – Superior Tribunal de Justiça, no julgamento do Recurso Especial REsp 1.388.972:

Para os fins do artigo 1.036, do Código de Processo Civil, firmou-se a seguinte tese repetitiva: “A cobrança de juros capitalizados nos contratos de mútuo é permitida quando houver expressa pactuação”.

VOTO DO RELATOR MARCO BUZZI:

*“ ... A existência de uma norma permissiva, portanto, é requisito necessário e imprescindível para a cobrança do encargo capitalização, porém não suficiente/bastante, haja vista estar sempre atrelado ao **expresso ajuste entre as partes contratantes**, principalmente em virtude dos princípios da liberdade de contratar, da boa-fé e da adequada informação. ...”*

“ ... é inegável que a capitalização, seja em periodicidade anual ou ainda com incidência inferior à anual - cuja necessidade de pactuação, aliás, é firme na jurisprudência desta Casa -, não pode ser cobrada sem que tenham as partes contratantes, de forma prévia e tomando por base os princípios basilares dos contratos em geral, assim acordado, pois a ninguém será dado negar o caráter essencial da vontade como elemento do negócio jurídico, ainda que nos contratos de adesão, uma vez que a ciência prévia dos encargos estipulados decorre da aplicação dos princípios afetos ao dirigismo contratual.

*De fato, sendo pacífico o entendimento de que a capitalização inferior à anual depende de pactuação, outra não pode ser a conclusão em relação àquela em periodicidade anual, sob pena de ser a única modalidade (periodicidade) do encargo a incidir de maneira automática no sistema financeiro, embora inexistente qualquer determinação legal nesse sentido, pois **o artigo 591 do Código Civil apenas permite a capitalização anual e não determina a sua aplicação automaticamente. ...”***

“... Impende ressaltar que, a despeito da incidência do diploma consumerista aos contratos entabulados com instituições financeiras e a previsão na Lei nº 8.078/90, artigo 47, de que as cláusulas contratuais serão interpretadas de maneira mais favorável ao consumidor, o próprio Código Civil de 2002 preleciona no artigo 423 do Código Civil que “quando houver no contrato de adesão cláusulas ambíguas ou contraditórias, dever-se-á adotar a interpretação mais favorável ao aderente”.

Por estas razões, **em não havendo expressa pactuação do encargo, a sua cobrança é obstada**, principalmente porque pela simples leitura dos preceitos legais incidentes à espécie, notadamente o art. 4º do Decreto 22.626/1933 e o art. 591 do Código Civil de 2002, é irrefutável que os dispositivos aludem a que os contratantes permitem/assentem/autorizam/consentem/concordam com o cômputo anual dos juros. Entretanto, não afirmam, nem sequer remota ou implicitamente, que a cobrança do encargo possa se dar automaticamente, ou seja, não determinam que a arrecadação seja viabilizada por mera disposição legal (ope legis), pois se assim fosse teriam os julgadores o dever de, inclusive de ofício, determinar a incidência do encargo, ainda que ausente pedido das partes.

Portanto, inegável que a presunção à qual alude o artigo 591 do Código Civil diz respeito, tão somente, aos juros remuneratórios incidentes sobre o mútuo feneratício, ou seja, sobre aqueles recebidos pelo mutuante como compensação pela privação do capital emprestado. Essa pressuposição, no entanto, não é transferida para a parte final do referido dispositivo, pois a capitalização de juros é permitida em inúmeros diplomas normativos em periodicidades distintas (mensal, semestral, anual), e não é pela circunstância de a lei autorizar a sua cobrança que será automaticamente devida pelo tomador do empréstimo em qualquer dessas modalidades. O legislador ordinário, atento às perspectivas atuais, procurou tratar o mútuo de forma substancialmente renovada - no Código Civil de 1916 o contrato de empréstimo era, em regra, gratuito, sendo a sua onerosidade excepcional -, hoje, os juros presumem-se devidos se o mútuo tiver destinação e finalidade econômica, podendo referir-se tanto a suprimento de dinheiro como de coisas fungíveis. Não ousou o legislador proibir que as partes convencionassem a não incidência de juros se assim expressamente acordassem.

Ora, se a norma não obrigou/determinou, mas apenas presumiu (salvo estipulação em contrário) a incidência de juros, inviável estender essa assertiva para a periodicidade deste encargo. Certamente, seria um contrassenso admitir que as partes expressamente ajustassem a não incidência de juros (contrato gratuito) mas a lei determinasse/impusesse a cobrança da capitalização de juros, ainda que na periodicidade anual.

Isto porque, o direito de livre contratar é expressão maior do ideário burguês pós-revolucionário e constitui um princípio vinculado à noção de liberdade e igualdade presente na Declaração Universal dos Direitos do Homem. À pessoa humana, enquanto ser dotado de personalidade e como cidadão livre, é dado pactuar nas condições que julgar adequadas, contratando como, com quem e o que desejar, inclusive dispondo sobre cláusulas, firmando o conteúdo do contrato e criando, em dadas vezes, novas modalidades contratuais (contratos atípicos).

Além do princípio da autonomia da vontade, a boa-fé contratual, vinculada ao dever de informar - principalmente nos contratos bancários sobre os quais é inegável a incidência do Código de Defesa do Consumidor (súmula 297/STJ) -, constitui um dos pilares do contrato, verdadeiro elemento norteador do negócio jurídico.

A doutrinadora Cláudia Lima Marques, em conhecida obra sobre o Código do Consumidor, afirma que um dos mais importantes deveres do fornecedor é o de informar, porquanto é neste momento que o contratante, ao tomar conhecimento do conteúdo do contrato e apreciar as consequências de sua declaração, poderá decidir-se. (Contratos no Código de Defesa do Consumidor. São Paulo: Revista dos Tribunais: 1999, p. 111).

Nesse sentido, o contrato deve retratar uma situação de coordenação, jamais uma relação de subordinação entre as partes, mormente quando **o ordenamento jurídico normativo não impõe a contratação de juros sobre juros, tampouco categoricamente afirma posição imperativa quanto a sua contratação**.

Corroborando essa compreensão, verifica-se ter esta Corte Superior entendimento agora pacífico no sentido de que a capitalização anual de juros somente pode ser admitida quando haja expressa pactuação entre as partes, o que não se afasta da compreensão estabelecida pelo artigo 591 do Código Civil no sentido de que "destinando-se o mútuo a fins econômicos, presumem-se devidos juros, os quais, sob pena de redução, não poderão exceder a taxa a que se refere o art. 406", taxa esta que no entendimento do STJ não vincula, em particular, as instituições financeiras, porquanto para estas,

os juros remuneratórios, quando não tenham sido previamente ajustados, ficam limitados à média dos juros praticados no mercado. ...”

...

VOTO DO MINISTRO PAULO DE TARSO SANSEVERINO:

... Com efeito, o relator do recurso, Min. MARCO BUZZI, em minucioso voto, abordou todo o histórico da capitalização dos juros no ordenamento jurídico, concluindo pela impossibilidade de se presumir a capitalização anual.

... O que se questiona é a possibilidade de incorporação automática dos juros ao capital, independentemente de manifestação de vontade das partes.

A solução dessa controvérsia, a meu ver, passa necessariamente pela distinção entre norma permissiva e norma supletiva, como bem destacou o relator, em seu voto.

Segundo a classificação doutrinária de MARIA HELENA DINIZ (Compêndio de Introdução ao Estudo do Direito. 23.^a ed. São Paulo: Saraiva, 2012, p. 410), as normas permissivas simplesmente consentem com uma ação ou abstenção, ao passo que as normas supletivas, além de consentirem com uma ação, suprem a manifestação de vontade das partes, no caso de abstenção.

No caso da capitalização anual, há inúmeras norma permissivas, que autorizam a capitalização, mas nenhuma norma supletiva, que substituiria a manifestação de vontade dos contratantes.

*Efetivamente, como bem demonstrado pelo relator, em seu minucioso voto, todas normas existentes na legislação brasileira permitem/assentem/autorizam/não-proíbem/consentem/concordam com a capitalização anual, mas **nenhuma impõe a capitalização anual no silêncio das partes.***

*Tratando-se, portanto, de normas permissivas, **a capitalização sempre depende de manifestação expressa de vontade.** ...*

... Não caberia, portanto, avançar ainda mais em favor das instituições financeiras, para admitir a capitalização à margem da lei e da autonomia da vontade, sob pena se inverter o sentido do disposto no art. 47 do Código de Defesa do Consumidor, que estabelece um vetor interpretativo em favor do consumidor, não do fornecedor.

No caso dos autos, como não houve prova de que a capitalização teria sido pactuada, pois sequer houve juntada dos contratos, os juros devem se computados na forma simples, sem capitalização ...

APÊNDICE 2 - Curriculum vitae de ALCEU ANDRÉ HÜBBE PACHECO

Perito Contábil em Matéria Financeira, judicial e extrajudicial, desde 1998, regular perante CRC/SC – Conselho Regional de Contabilidade de Santa Catarina, CFC – Conselho Federal de Contabilidade e CNPC – Cadastro Nacional de Peritos Contábeis.

Advogado desde 1999.

Consultor em administração e finanças desde 1976.

- GRADUAÇÃO:

Ciências Contábeis (1997 – FUCRI – Fundação Educacional de Criciúma / UNESC – Universidade do Extremo Sul Catarinense - Criciúma / Araranguá – SC - CRC 021807/O-4 – CNPC 3902);

Direito (1997 – UNISUL – Universidade do Sul de Santa Catarina / Ânima Educação – Tubarão / Araranguá – SC - OAB/SC 12937)

Administração de Empresas (1977 – UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Porto Alegre - RS - CRA/SC 550 inativo);

Administração Pública (1977 – UFRGS – UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul - Porto Alegre - RS)

- PÓS-GRADUAÇÃO

MBA em Perícia e Direito Bancário – IBCAPPA - Instituto Brasileiro de Consultoria, Auditoria, Perícias, Projetos e Avaliações / Faculdade Sul da América – Goiânia – GO

Módulos cursados: Competências, princípios, estrutura, classificações e aplicações do Direito Bancário; Formação de Peritos Judiciais (do zero à entrega do laudo); Direito Civil: princípios, obrigações e contratos; títulos de crédito: princípios, classificações e aplicações; Direito Processual Civil; cálculo financeiro aplicado à perícia bancária; perícia em empréstimos e financiamentos bancários; perícia em financiamento imobiliário (SFH, SFI, MCMV e fora do SFN); técnicas de negociação em dívidas bancárias; prevenção de fraudes financeiras e *compliance*; administração judicial em penhora de faturamento; perícia em cumprimento de sentença: cartão de crédito, cheque especial etc.; comunicação jurídica para laudos e pareceres.

- EXPERIÊNCIA:

Criador da Matemática Financeira Disruptiva com abordagem jurídica integrada, e demonstração cabal da validade, ou não, dos sistemas de amortização perante a cláusula pétrea do “valor do dinheiro no tempo – VDT”, de modo a viabilizar a aplicação analítica e probatória na Perícia Financeira Sistêmica.

Autor de métodos pioneiros e inéditos em contratos bancários: apuração dos saldos devedores, intermediários e final, pelo seu valor efetivo, em obediência à regra do “valor do dinheiro no tempo”, resultante da diferença entre o capital inicial ‘jurificado’ e as prestações anteriores também ‘jurificadas’; MQJS – Método de Quitação a Juros Simples ou SIMPLEX; Método Pacheco-Gonzalez, também denominado MPG, PacGon ou SIMP COMP (sistema de amortização com capitalização híbrida, mantida a cláusula de série uniforme de prestações periódicas; capitalização diária de juros: aperfeiçoamento das séries não periódicas a juros compostos - SNPJC; desenvolvimento das Séries Não Periódicas a juros simples – SNPJS; e, sob a ótica SIMPLEX, de cálculos corretivos dos métodos comprovadamente inconsistentes (totalmente: MAJS; MEJS / SAL / SPCJS; parcialmente: SACJS e GAUSS)..

Autor do livro “Juro que é simples!” 1.ª edição revista e ampliada: 2020; (<https://clubedeautores.com.br/livro/juro-que-e-simples-2>; ou <https://www.hotmart.com/product/juro-que-e-simples/H43221434U>; que se destina à perícia financeira de contratos de financiamento; com ênfase na capitalização simples e composta de juros e seus reflexos nos valores das prestações; comparativo entre os diversos sistemas de amortização, e a demonstração de suas consistências e inconsistências; além dos inéditos métodos de capitalização híbrida de juros, conversão de capitalização diária composta para simples, e apuração de saldos devedores efetivos pelo método da equivalência de fluxos de caixa.

Coautor do livro “Perícia Bancária – casos práticos” 1.ª edição: 2020; ([Perícia Bancária, por Edilson Aguias \(org\) - Clube de Autores](#); ou [Perícia Bancária | Amazon.com.br](#)).

Autor do livro “Heúreka: descobertas e revelações na Matemática Financeira e Perícia Sistêmica” – no prelo – publicação prevista: 1º semestre de 2023

Sócio e fundador da APCEsc – Associação dos Peritos Contábeis do Estado de Santa Catarina - 2022

Membro da Comissão de Perícias do CRCSC – 2022/2023

Professor de cálculos financeiros no MBA em Perícia e Direito Bancário – IBCAPPA / Faculdade Sul da América – Goiânia – GO – 2021/2022

Consultor jurídico e financeiro em microcrédito e microfinanças – Credisol – Instituição de Crédito Solidário, com sede em Criciúma, Santa Catarina, e mais sete (7) Estados – 2007/...

Instrutor voluntário em Cálculos e Matemática Financeira (agosto e novembro de 2022) e ministrante do curso Matemática Financeira voltada a cálculos bancários - Turma 01/2023 (abril de 2023), na Academia Judicial - Divisão de Contadoria Judicial Estadual - Tribunal de Justiça de Santa Catarina.

Palestrante e debatedor em matéria financeira - III Congresso Brasileiro de Perícia Bancária / IBCAPPA – Goiânia – GO – 21 e 22 de outubro de 2022

<https://www.youtube.com/watch?v=1xWPasHfpy4> e

<https://www.youtube.com/watch?v=qJq8N96amgA>

Palestrante em matéria financeira – CRCSC – Conselho Regional de Contabilidade de Santa Catarina – outubro de 2021 - <https://www.youtube.com/watch?v=ft2aQ7KkG8w> (183) 2º Fórum Catarinense on-line de Perícia Contábil - Etapa 1 - YouTube e (183) 2º Fórum Catarinense on-line de Perícia Contábil - Etapa 2 - YouTube <https://youtu.be/tZVQfmkEzs>

Palestrante em matéria financeira – CRAMG – Conselho Regional de Administração de Minas Gerais – março/abril de 2021 - https://www.youtube.com/watch?v=O8xLB_X7sh4&list=PLQoWbLQjhfW1uu4-hY0-29wyjCvQw6ML3&index=6 (183) WEBINAR: Juro que é Simples - YouTube

“Debate do Século: anatocismo na Tabela Price?”, com José Dutra Vieira Sobrinho, Anísio Costa Castelo Branco e Edilson Aguiar – 19 de setembro de 2020 -

<https://www.youtube.com/watch?v=ELx-dNZHclI> (183) #14 DEBATE DO SÉCULO: EXISTE CAPITALIZAÇÃO DE JUROS NA TABELA PRICE? - YouTube

Congresso Internacional da Rede Doctum 2020 – Vitória – ES – setembro de 2020 – lançamento do livro “Juro Que É Simples!”)

Seminário Catarinense de Perícia Contábil – CRC/SC – Florianópolis – Edições de 2018 e 2019.

Curso de prática pericial em operações de crédito – SESCON/GF – Florianópolis - 2018.

Seminário Catarinense de Atualidades Jurídico-Contábeis – CRC/SC Florianópolis – 2018

Curso de elaboração do laudo pericial Justiça do Trabalho – Sindicont – Araranguá – 2018

Seminário / debate: Justiça do Trabalho e o novo Programa de Cálculo – CRC/SC – Florianópolis – 2018.

Curso de pós-graduação em Administração Financeira – Talenthos/Fucri-Unesc (frequência) - 1990.

Curso de aperfeiçoamento/atualização em Direito Processual Civil – Cejusc/Unisul - 1999.

Membro de comunidades e grupos de estudo em Perícias, Matemática Financeira e Excel, nas redes sociais (Facebook, Whatsapp, Telegram, Linkedin etc.).

- ATIVIDADES, CARGOS E FUNÇÕES EXERCIDAS:

- Perito judicial contábil em matéria financeira (1998-...)
- Assistente técnico em diversos processos (1998-...)
- Consultor jurídico na área bancária, empresarial, cível, comercial, imobiliária, trabalhista, juizados especiais cíveis, família e de sucessões (1999-...)
- Consultor e assessor de diversas empresas, entidades de classe, e OSCIP de microcrédito (1999-...)
- Consultor financeiro (1998/...)
- Assessor, gerente e diretor de empresas (janeiro de 1976 até dezembro de 1998)
- Administração geral; financeira; contábil; e tributária
- Professor universitário de graduação por 3 anos (1979-1981) e de pós-graduação (2021/...)
- Atuação em sindicato patronal (1997-2000 ...)
- Analista financeiro: cálculos; atualização e revisão de valores.
- Inventariante e administrador/interventor judicial
- Consultoria e assessoria empresarial - análise e solução de problemas; expansão de negócios.
- Controladoria; apuração de custos; formação de preços; análise de ponto de equilíbrio: indústria cerâmica; concessionárias de veículos e bebidas; consórcios (1978/1983).
- Organização, métodos, e sistemas de informações gerenciais (1978/1998).

- Programas de sucessão em empresas familiares.
- Agenciamento de seguros (1996/1998).

PERÍCIAS REALIZADAS: Readequação de contratos de financiamento ou empréstimos, de capitalização composta para capitalização híbrida e/ou capitalização na forma simples. Financiamentos imobiliários e de veículos etc. Recomposição de contas correntes. Ações de prestação de contas. Indenizações por danos morais. Cálculos judiciais em lides de revisão de contratos bancários, mercantis e de financiamentos em geral. Inventariança e administração judicial. Expurgos de cadernetas de poupança, cédulas de crédito rural e FGTS.

- DIVERSOS

- Informática: Usuário - Windows, Word, Excel; calculadoras financeiras HP12C e HP19B
- Voluntário em diversos movimentos, instituições, entidades, associações, sindicato patronal e organizações não governamentais de Araranguá e Região da AMESC.
- Presidente da ACIVA – Associação Empresarial de Araranguá e Extremo Sul Catarinense, entre 2013 e 2014; atualmente, membro vitalício do Conselho Deliberativo.

- DADOS DE CONTATO

Endereço residencial: Av. Engenheiro Mesquita, 1450 – Bairro Coloninha - CEP 88.906-734 - ARARANGUÁ – SC

Endereço profissional: Avenida Coronel João Fernandes, 155 – Sala 115 – Galeria Brasil (ao lado do Fórum) – Centro – CEP 88.900-003 - ARARANGUÁ - SC

Telefone / whatsapp: (048) 996.566.905

e-mail: alceu.pacheco@hotmail.com

Instagram: @alceuahpacheco ou @juro.que.e.simples

Facebook: <https://www.facebook.com/alceu.a.h.pacheco>

Telegram: @juroqueesimples

Linkedin: <https://www.linkedin.com/in/alceu-andr%C3%A9-h%C3%BCbbe-pacheco-34482345/>

Twitter: @alceuahpacheco

Endereço alternativo: Rua Professor Hermínio Jaques, 54 – Aptº 404 – Centro - CEP 88.015-180 – FLORIANÓPOLIS – SC

ABRIL/2023

ⁱ Vanderlei Freitas Junior possui graduação em Ciências da Computação (UNISUL/2002), mestrado em educação (PPGEA/UFRRJ/2010) e doutorado em Engenharia do Conhecimento pela Universidade Federal de Santa Catarina (PPGEGC/UFSC/2016) com período sanduíche na Aston University, em Birmingham, Reino Unido. É também especialista em Gestão Pública em Educação Profissional e Tecnológica (IFSC/2018). É professor e pesquisador do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense - Campus Sombrio. Possui interesse Educação Corporativa, Engenharia e Gestão do Conhecimento, Inteligência Artificial, Fuzzy Logic, Indicadores de Desempenho e Programação de Microcomputadores.